21
Ciencia
al viento

Clasificación de la actividad matemática

Agustín Moreno Cañadas

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

21
Ciencia
al viento

Clasificación de la actividad matemática

Decano
Jairo Alexis Rodríguez López

Vicedecana Académica
Marcela Aragon Novoa

Vicedecano de Investigación y Extensión
William Javier Herrera

Coordinadora de publicaciones
Angélica María Olaya Murillo

Comité editorial de Ciencia al Viento
Germán Amat-García (coordinador)
Instituto de Ciencias Naturales
Diana Farías
Departamento de Química
Gregorio Portilla
Observatorio Astronómico Nacional
Robel Arenas-Salazar
Observatorio Astronómico Nacional

Edición y corrección de estilo
Angélica María Olaya Murillo

Diseño de portada y diagramación
Leonardo Fernández Suárez

Ciencia al Viento es una publicación trimestral de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia. Comprende títulos de ciencia, pedagogía de la ciencia, historia de la ciencia y del rol de la ciencia en la sociedad. Esta colección está compuesta por textos cuyo propósito principal es invitar a repensar acerca de lo que es la ciencia y lo que es el quehacer de los científicos. El objetivo de la colección es ofrecer al lector la información que le permita llegar a conclusiones argumentadas y críticas con el uso de información objetiva acerca de la importancia de la ciencia en la sociedad.

Esta colección reproduce obras de excelencia, breves y de gran valor científico. Está conformada por textos de científicos, filósofos, historiadores, educadores e intelectuales, tanto clásicos como contemporáneos.

Ciencia al viento | 21

Clasificación de la actividad matemática

Agustín Moreno Cañadas
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional de Colombia

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
Junio 2019. Bogotá, D.C.

Contenido

Editorial

El presente número de *Ciencia al Viento* da a conocer a la comunidad académica un ensayo del profesor Agustín Moreno, de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia, sobre el quehacer de la investigación matemática. En su escrito el profesor Moreno dirige una mirada histórica a grandes logros investigativos y a sus artífices, pensadores que sentaron importantes hitos en los desarrollos de las matemáticas. *Euclides, Pitágoras, Arquímedes, Pascal, Euler, Erdos, Poincaré,* entre otros ilustres matemáticos, fueron determinantes en una cartografía disciplinar al interior de las matemáticas.

Se describen algunos casos del desarrollo de la clasificación de la actividad matemática y se presentan dos clasificaciones actuales, desde el punto de vista del catálogo Mathematics Subject Classification (MSC) y de la Unesco.

Agradecemos al profesor Moreno su interés en divulgar este tema relacionado con su trabajo académico e investigativo. Esperamos que otros docentes, especialmente de la Facultad, puedan contribuir a la divulgación de sus especialidades científicas. Asimismo, agradecemos al nuevo equipo de dirección de la Facultad de Ciencias su disposición y apoyo para que *Ciencia al Viento* continúe cumpliendo su papel de divulgador de la Ciencia.

Equipo editorial
Ciencia al Viento

1

Introducción

Uno de los temas más controversiales en la historia de la matemática es el de su clasificación, en otras palabras con la forma de enmarcar las actividades que realizan aquellos que se dedican a hacer matemáticas.

La matemática pura y la matemática aplicada forman parte de la actual clasificación del quehacer de los matemáticos, clasificación que ha alcanzado cierto consenso entre la comunidad científica. La matemática pura se refiere a la actividad que se realiza en matemáticas para generar resultados para sí misma; por otro lado, la matemática aplicada se refiere al desarrollo de modelos que pueden simular en la forma más precisa situaciones reales. De acuerdo con Espasa-Calpe, la división de las matemáticas en puras y aplicadas coincide, respectivamente, con aquella del conocimiento especulativo y práctico [3].

Algunos de los más célebres matemáticos han producido resultados tanto en matemática pura como matemática aplicada. En la Grecia antigua, por ejemplo, Pitágoras de Samos (alrededor de 580-500 a. C.) propuso un famoso teorema que relaciona la longitud de los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo; también, estableció la relación entre la escala musical y los números. Posteriomente, durante la Edad Media Anicio Manlio Severino Boecio introdujo el término *Quadrivium* para la clasificación de las matemáticas en cuatro secciones: geometría, aritmética, astronomía y teoría musical; este ordenamiento ya había sido adoptado en los tiempos de Pitágoras [7].

Bourbaki describió la matemática pura como todo aquello que puede ser probado y se ocupó del problema que sugiere una relación entre la geometría y la aritmética, relación que ya había sido discutida por los eleáticos. En *La arquitectura de las matemáticas*, Bourbaki escribió al respecto:

> Aparte de las matemáticas aplicadas, siempre ha existido un dualismo entre los orígenes de la geometría y de la aritmética (ciertamente en sus aspectos elementales), ya que esta última fue al principio una ciencia de magnitud discreta, mientras que la primera siempre ha sido una ciencia de extensión continua. Estos dos aspectos han provocado dos puntos de

vista que han estado en oposición el uno al otro, desde el descubrimiento de los irracionales; es exactamente este descubrimiento el que derrotó el primer intento de unificar la ciencia, es decir, la aritmetización de los pitagóricos (todo es número) [2].

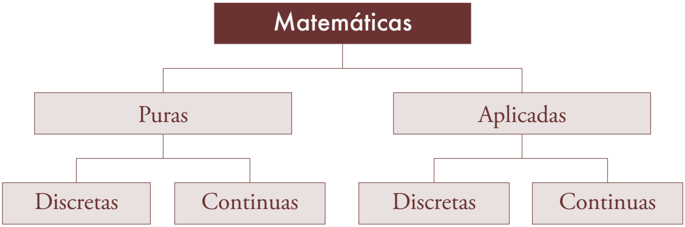


Figura 1. Diagrama de Hasse que ilustra una clasificación preliminar de las Matemáticas. *Fuente: elaboración propia.*

De esta forma, Bourbaki llama la atención sobre otro tipo de clasificación de las ideas matemáticas, definida por la división entre las *matemáticas discretas*, a las que pertenecen aquellos estudios a los cuales conciernen conjuntos finitos o numerables y *las matemáticas continuas* que incluyen los trabajos que involucran conjuntos con tantos elementos como el de los números reales [2,5].

Bertrand Russell describió las matemáticas puras como una consecuencia de la lógica matemática:

> La clase de todas las proposiciones de la forma p implica q, donde p y q son proposiciones, conteniendo una o más variables y ninguna de ellas p o q que contienen constantes, salvo constantes lógicas, las cuales son nociones definibles en términos de la implicación. La relación de un término con respecto a una clase a la cual pertenece dicha noción y las nociones adicionales pueden estar involucradas en la noción general de proposiciones de la forma anterior. Las matemáticas utilizan una noción que no es un constituyente de las proposiciones; esto es la noción de verdad [8].

Este texto se desarrolla de la siguiente forma: en el numeral 2 se describe la evolución de la clasificación de la actividad matemática, mientras que en la sección 3 se hace la descripción de la clasificación actual de las matemáticas según laAmerican Mathematical Society (AMS) y la Unesco.

2

Desarrollo de la clasificación de la actividad matemática

La clasificación de la actividad matemática en pura o aplicada es tan antigua como la historia de la civilización. En esta sección se describe la forma cómo algunos matemáticos en distintas etapas del desarrollo de la matemática han adoptado esta clasificación en el desarrollo de sus investigaciones; asimismo, se describen algunos problemas notables, cuyo estudio ha generado categorías de la actividad en matemáticas.

En Grecia el problema de la clasificación de las matemáticas fue estudiado rigurosamente, por ejemplo, en *La República* de Platón las matemáticas se dividían en logística, aritmética, geometría, estereometría, astronomía y armónica. En un comentario al *Libro I de Euclides*, Proclo cuenta que algunos matemáticos griegos, entre ellos Gemino, clasificaron las matemáticas de acuerdo con estudio de las cosas *inteligibles* o *sensibles*; al respecto, son inteligibles los objetos de contemplación que el alma elabora en sí misma, apartándose de las formas materiales. Para estos matemáticos griegos la aritmética y la geometría se encargan del estudio de los objetos inteligibles. En cuanto a los objetos sensibles, y lo que se relaciona con ellos, sus categorías de estudio son la mecánica, la astronomía, la óptica, la geodesía, la canónica y la logística [10].

Asimismo, para los griegos era necesario distinguir entre las matemáticas útiles y las desinteresadas. De acuerdo con Aristóteles, solo estas últimas son dignas de una educación liberal, en este caso "ser libre" significa ser su propia causa [10]. Aunque los temas estaban bien delimitados, los matemáticos en la Grecia antigua, por lo general, no se especializaban en alguna de las dos ramas de la matemática. Tal vez esta forma de trabajo se debió al hecho de que la matemática para ellos constituía la herramienta fundamental para explicar la naturaleza, razón por la cual los problemas eran abordados primero por la observación de su entorno para luego dar paso a las conjeturas de los comportamientos, que podían ser establecidos con el uso de las matemáticas.

Cabe anotar que, desde este punto de vista, uno de los mayores aportes de la civilización griega a la ciencia (desde los tiempos de Tales de Mileto) tiene que ver con el interés de probar fórmulas y resultados, apartándose de las pruebas de ensayo y error, adoptadas por la escuela de Bourbaki, como una forma de describir la matemática pura. El primer ejemplo que ilustra el proceso científico mencionado se encuentra en la obra de Euclides (300 a. C.), quien introdujo su esquema geométrico en el libro IX de sus *Elementos* a través de observaciones hechas en la naturaleza. En este trabajo deja como tarea para los matemáticos de la posteridad la prueba de la consistencia de su esquema. Mediante su quinto postulado establece que "Si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, entonces estas rectas al prolongarse indefinidamente de este lado, se cortan".

El esquema geométrico de Euclides, así como los resultados sobre Teoría de números expuestos por él en el libro XII de los *Elementos* se pueden clasificar como trabajos de matemática pura, mientras que su trabajo *La Óptica y la Catóptrica* en el que enuncia la ley de la reflexión, puede ser considerado como un trabajo en matemática aplicada.

Otro de los más notables exponentes del trabajo matemático en la antigua Grecia fue Arquímedes (287-212 a. C.), quien encontró la relación entre los volúmenes del cono, el cilindro y la esfera. De hecho, estableció la fórmula del volumen de la esfera y una buena aproximación al valor de π. Se recuerda también su famoso ¡*Eureka!* expresado al descubrir el principio que afirma que "Todo cuerpo sumergido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de la masa del volumen del fluido que desaloja".

Arquímedes también es conocido por su tornillo, el cual era una máquina utilizada para elevar agua e irrigar los campos en Egipto; su deceso se dio al cumplirse el sitio de Siracusa, acontecimiento histórico muy conocido por la resistencia de esta ciudad gracias a diferentes inventos de Arquímedes que mantuvieron en vilo al ejército romano durante mucho tiempo; así lo describe Plutarco en su libro sobre la vida de Marcelo, quien comandó el sitio a Siracusa en 214 a. C.

Arquímedes, en particular, no dio importancia alguna a sus aportes a la ingeniería. Sobre esta posición de Arquímedes, Plutarco afirmó:

> *Consideraba sórdida e innoble la construcción de instrumentos y en general de toda industria encaminada al uso y al provecho. Persiguió tan solo aquellas cosas que por su belleza y excelencia se encuentran más allá de todo contacto con las necesidades comunes de la vida*[4].

Más adelante veremos cómo esta forma de pensamiento ha dividido a los matemáticos a lo largo de la historia.

Figura 2. Arquímedes, uno de los más notables matemáticos aplicados de la historia. *Fuente: Tomado de [14].*

Eratóstenes (275-195 a. C.), por otro lado, hizo una importante aproximación a la circunferencia de la Tierra e introdujo un método para determinar la primalidad de un número entero. Estos trabajos se constituyeron en importantes contribuciones a la matemática aplicada y a la matemática pura, respectivamente.

Los trabajos de Pitágoras, Euclides, Arquímedes, Eratóstenes y otros matemáticos griegos en matemática aplicada y matemática pura han influido en la obra de muchos matemáticos importantes; por ejemplo, en la obra de Euler, quien, junto a los hermanos Bernoulli, introdujo el cálculo de variaciones. Euler es considerado uno de los matemáticos más prolíficos y sus estudios abarcan en particular la Teoría de números. Por ejemplo, Euler completó el trabajo de Euclides en lo que concierne a los números perfectos probando que un número es perfecto par si y solo si se escribe en la forma $2^{p-1}(2^p - 1)$ con $2^p - 1$ primo.

La dificultad en la consecución de números primos de la forma $2^n - 1$, llamados *de Mersenne* o *primos Fermat* con la forma $2^{2^n} + 1$, ha estimulado los avances en la Teoría computacional de números, con la ayuda de la cual Deshouillers, Hennecart, Landreau y Putu demostraron que 7373170279850 es el mayor número que no puede escribirse como suma de cuatro cubos.

Euler también propuso el famoso problema de los *puentes de Königsberg*, resultado fundamental en la Teoría de grafos (considerada una rama de la combinatoria matemática) que se ha constituido como una herramienta muy útil para resolver problemas en biología computacional.

La obra de Euler es enorme tanto en matemática pura como en matemática aplicada; sus resultados han influido en el avance de áreas de la matemática tan diversas como el análisis, las ecuaciones diferenciales, la Teoría de números, la geometría, la topología, la óptica y otros campos del álgebra, la criptografía y la Teoría de codificación.

Los resultados que se obtienen en análisis, combinatoria, álgebra, geometría y topología se consideran dentro de los terrenos de la matemática pura, mientras que los resultados provenientes de áreas como la criptografía y la Teoría de la codificación, como la protección de datos de los usuarios al realizar transacciones bancarias por internet o la construcción de álgunos códigos que corrigen errores, pertenecen a la matemática aplicada. En consecuencia, la obra de Euler nos permite hacer una clasificación más fina para comprender la actividad en las matemáticas. La posibilidad de una prueba del quinto postulado de Euclides fue fuente de investigaciones notables en geometría, como las desarrolladas por Laplace, Legendre, Gauss, Bolyai, Lobachevski y Riemann, por mencionar algunos. Legendre, por ejemplo, estudió un equivalente al quinto postulado que establece que "la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180 grados". A Gauss, Bolyai y Lobachevski se les atribuye la introducción de la geometría hiperbólica (alrededor de 1832), que es una de las geometrías no-euclidianas.

En la geometría hiperbólica, por ejemplo, "la suma de los ángulos internos de un triángulo es menor que 180 grados". También se tienen la geometría esférica y la geometría de Riemann como otros tipos de geometrías no-euclidianas. En cuanto a la aplicación de los resultados obtenidos en matemática pura, Lobachevski escribió que "no hay resultado en matemáticas por teórico que este sea que no tenga una aplicación en la vida real" [4].

Algunas subcategorías de la Teoría de números fueron inducidas por el teorema de Fermat de los números poligonales (propuesto por Fermat en 1638 y probado por Cauchy en 1813), el cual afirma que "todo número puede escribirse como una suma de a los más k números k-gonales". Legendre y Gauss en 1801 hacen una caracterización de los números que no son suma de tres cuadrados; para ello Gauss introduce formas cuadráticas ternarias, mientras que Laplace, en 1770, caracteriza los números que son suma de cuatro cuadrados. Según M. Nathanson, esta consecuencia representa el pilar fundamental de la Teoría aditiva de números.

La obra de Gauss ha sido de gran impacto en el trabajo de muchos matemáticos, tanto en matemática pura como en matemática aplicada; él escribió el famoso ¡Eureka! en 1796 al probar, en relación con el Teorema de Fermat de los números poligonales, que todo número se puede escribir como la suma de tres números triangulares. En su famoso *Disquisitiones Aritmeticae* escribió muchos de sus resultados que conciernen a la aritmética modular y en *Disquisitiones circa* escribe el *Theorema egregium*, sobre la curvatura de una superficie esférica, todo un resultado fundamental en geometría diferencial.

Gauss también probó el Teorema fundamental del álgebra que afirma que todo polinomio con coeficientes en los números reales se factoriza por completo en los números complejos.Esta relación es un resultado básico que conecta la Teoría de Galois con el análisis complejo.

Dentro del análisis complejo es notable el Teorema de Cauchy de los residuos, el cual a su vez conecta esta área de la matemática con el análisis vectorial, permitiendo establecer que el trabajo que realiza una fuerza conservativa a lo largo de una curva cerrada es cero.

Cabe anotar que las obras de Lagrange y Galois influyeron en el desarrollo de la Teoría de grupos (un componente del álgebra) con la prueba del Teorema de Lagrange, que establece una relación entre el orden de un grupo y el de los subgrupos que contiene. La Teoría de Galois surge de la necesidad de encontrar una solución por radicales a la ecuación general y tiene una influencia en la Teoría de cuerpos y la criptografía. El diseño del actual sistema criptográfico estándar AES (usado para cifrar mensajes) se basa en la Teoría de Galois.

Otro notable matemático cuya obra se refleja en matemática pura y aplicada fue Isaac Newton; en su *Principia Mathematica* de 1867 probó que las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario son consecuencia de dos de sus tres leyes, las cuales constituyen los principios básicos de la mecánica clásica. Newton usó resultados del cálculo diferencial que él y Leibniz introdujeron alrededor de 1666.

Los trabajos de Newton han influido también sobre diversos campos de la matemática, por ejemplo, en análisis real y complejo, así como en análisis numérico, en el que el método de aproximación de raíces juega un rol muy importante. Otra área en la que la obra de Newton ha sido fundamental es en combinatoria; en este caso nos referimos al teorema del binomio que establece la siguiente identidad

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$$

La fórmula de Pascal para números combinatorios $\binom{k}{n} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ juega un papel importante en esta igualdad.

La combinatoria es una de las ramas de las matemáticas discretas que se encarga en particular de enumerar y construir configuraciones de elementos en un conjunto finito. A la fecha se han propuesto diversas subáreas de la combinatoria, como por ejemplo [1], [9]:

1. *Combinatoria enumerativa*, con inclusión de técnicas de conteo de los elementos de un conjunto finito.
2. *Combinatoria Analítica,* en la que se usan funciones generantes y resultados del análisis para producir resultados asintóticos.
3. *Teoría de particiones*, entendida como las formas en las que un número entero puede escribirse como suma de enteros no-negativos. Ramanujan y Hardy produjeron una fórmula asintótica que aproxima el número de particiones de un entero arbitrario.
4. *Teoría de grafos*, considerados como estructuras matemáticas que constan de vértices y aristas conectadas de acuerdo con unas reglas específicas. En esta teoría se estudian sus propiedades y aplicaciones, como por ejemplo en sistemas de información. El problema de los cuatro colores o el del ciclo Hamiltoniano son ejemplos de problemas notables en esta área.

Cabe anotar que así como la combinatoria enumerativa es un componente de las matemáticas discretas, el análisis real o complejo constituye un componente de las matemáticas continuas y estas dos categorías poseen a su vez componentes básicos y aplicados.

Los trabajos de Hardy influyeron en el desarrollo del análisis complejo, la Teoría de funciones modulares, la Teoría de números y la Teoría de particiones. Hardy fue uno de los matemáticos más influyentes a principios del siglo xx; se recuerda que Hardy descubrió el genio de Ramanujan para las matemáticas y juntos hicieron descubrimientos importantes para la Teoría de particiones.

La prueba de Hardy y de la Vallée Poussin del teorema sobre distribución de números primos es una de las más célebres en Teoría analítica de números; este teorema establece que el número de primos menores que un número n es aproximadamente $\frac{n}{\ln n}$. Es evidente la estrecha relación que tiene este resultado con la solución propuesta por Eratóstenes para determinar primalidad. En su prueba, Hardy y de la Vallée Poussin usaron funciones singulares cuyas propiedades subyacen en el análisis complejo.

Así como Arquímedes, Hardy menospreció la matemática aplicada. En 1940 escribió:

> La auténtica matemática no tiene efecto alguno sobre la guerra. Nadie ha descubierto fin bélico alguno al que la Teoría de números o la de la relatividad puedan prestar servicio, y parece sumamente improbable que nadie lo descubra en muchos años. Cierto es que hay ramas de la matemática aplicada, como la balística y la aerodinámica, que han sido deliberadamente desarrolladas para la guerra y que exigen una técnica muy refinada. Tal vez resulte duro calificarlas de triviales, pero ninguna de ellas reclama en absoluto el derecho de entrar en las filas de la matemática real[4].

La opinión de Hardy ha resultado controvertida por los avances en criptografía, herramienta fundamental para que los aliados pudieran vencer a Alemania en la Segunda Guerra Mundial. Contraseñas de 1024 y 2048 bits han llegado a ser usadas por la marina estadounidense con la ayuda del problema de factorización de números enteros. La Agencia de Seguridad Nacional de los Estados Unidos (NSA) ha declarado como ilegal el uso de ciertos números primos conocidos como ejecutables, dado que con ellos se han podido escribir códigos secretos de algunas agencias federales.

Figura 3. Hardy y Ramanujan, pilares fundamentales para el desarrollo de la Teoría de particiones, cuyo estudio se aplica en la ciencias estadísticas. *Fuente: Tomado de [16].*

Una prueba elemental del teorema de distribución de números primos fue dada por Paul Erdös (1913-1996), quien creó la teoría combinatoria de números y ha sido, después de Euler, el matemático que más trabajos publicó y de mayor influencia en su época. Asimismo, copublicó artículos con al menos quinientos matemáticos y ha sido fuente de inspiración de varias generaciones de matemáticos. Son notables sus resultados en Teoría de números, Teoría de particiones y Teoría de grafos, entre otras.

A finales del siglo XIX Dedekind escribió los tratados *Ber Zerlegungen von Zahlen durch ihre tengemeinsamen Teiler* y *Ber die von drei Moduln erzeugte Dualgruppe* en los que se introduce la teoría de retículos y se describen, en particular, conjuntos parcialmente ordenados, asociados al máximo común divisor de un número entero. Actualmente, aplicaciones de esta teoría se encuentran en muchas áreas de la matemática pura y aplicada, por ejemplo, el álgebra de imágenes usa teoría de retículos para definir algebraicamente algunos algoritmos en el procesamiento digital de imágenes. Recientemente, esta teoría ha sido usada para generar modelos que simulan comportamientos en la guerra contra grupos terroristas islámicos.

Figura 4. Paul Erdös y Terence Tao, de diez años, en 1985. Tao recibió en 2006 la medalla *Fields* por sus contribuciones a las ecuaciones diferenciales parciales, a la combinatoria, al análisis armónico y a la teoría aditiva de números.
Fuente: Tomado de [13].

Otro ejemplo de la obra de un matemático que controvierte la opinión de Hardy en relación con su menosprecio a la matemática aplicada es el excelso trabajo de Jules Henri Poincaré, quien se desempeñó como profesor en áreas de la matemática aplicada como la física, la matemática, la astronomía, la mecánica celeste y la Teoría de la probabilidad.

Poincaré enunció uno de los problemas resueltos más importantes de la actualidad, el cual afirma que: “la esfera cuatridimensional, también llamada 3-esfera o hiperesfera, es la única variedad compacta cuatri-dimensional en la que todo lazo o círculo cerrado (1-esfera) se puede deformar (transformar) en un punto”.

Este problema se convirtió en teorema una vez que en 2006 Grigori Perelman halló su solución. Este resultado subyace a la topología algebraica. Las contribuciones de Poincaré en distintas áreas de la matemática son numerosas, ellas han permitido el desarrollo de la topología algebraica, la geometría algebraica, la Teoría de números, la Teoría de ecuaciones diofánticas y en matemática aplicada son notables sus trabajos en mecánica celeste, Teoría de la relatividad, del electromagnetismo y el problema de los tres cuerpos.

Otro resultado de la Teoría de números cuyo estudio subyace en distintas áreas de la matemática es el teorema de Hurwitz el cual afirma que:

la ecuación

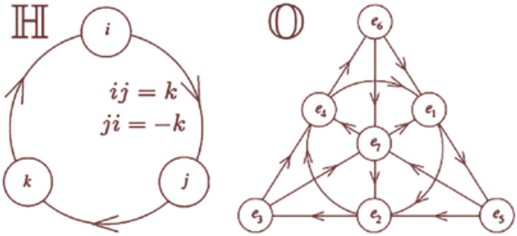
$$(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_n^2)=z_1^2+z_2^2+\cdots+z_n^2$$

tiene solución en los enteros si y solo si $n = 2, 4, 8.$

El caso $n = 2$ surge de una propiedad multiplicativa del módulo de un número complejo, el caso $n = 4$ surge a su vez de propiedades del producto de módulos cuaterniónicos introducidos por Hamilton (los cuales son ejemplo de un anillo de división), mientras que el caso $n = 8$ corresponde a propiedades del producto de módulos octoniónicos. Los octoniones son un ejemplo de álgebra no asociativa y sus propiedades se aplican en la Teoría de codificación. El caso $n = 2$, en particular, fue resuelto por Diofanto, antes del descubrimiento de los números complejos.

La idea de generalizar el estudio de ciertas estructuras algebraicas ha generado nuevas áreas de estudio en matemáticas; ejemplos de este estudio son la Teoría de categorías y el álgebra homológica. La Teoría de categorías fue introducida por MacLane y Eilenberg; en esta teoría, estructuras como los grupos, los espacios topológicos, y los espacios vectoriales son considerados objetos de una categoría. Las aplicaciones entre ellas se denominan *morfismos* y las aplicaciones entre categorías se llaman *funtores*.

Matemáticos notables han influido mediante sus trabajos en el avance tanto del álgebra homológica como de la Teoría de categorías; entre ellos figuran Gabriel, Grothendieck, Ulam, etc. Por otro lado, el trabajo de matemáticos como Auslander, Coxeter, Dynkin, Grothendieck, Ringel, Roiter y otros influyó en la investigación del Álgebra homológica y la Teoría de representación.



	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
e_1	-1	e_4	e_7	$-e_2$	e_6	$-e_5$	$-e_3$
e_2	$-e_4$	-1	e_5	e_1	$-e_3$	e_7	$-e_6$
e_3	$-e_7$	$-e_5$	-1	e_6	e_2	$-e_4$	e_1
e_4	e_2	$-e_1$	$-e_6$	-1	e_7	e_3	$-e_5$
e_5	$-e_6$	e_3	$-e_2$	$-e_7$	-1	e_1	e_4
e_6	e_5	$-e_7$	e_4	$-e_3$	$-e_1$	-1	e_2
e_7	e_3	e_6	$-e_1$	e_5	$-e_4$	$-e_2$	-1

Figura 5. Tablas de multiplicar para los cuaterniones H y Octoniones O. La configuración de Fano está constituida por 7 puntos y 7 líneas cuya orientación induce la multiplicación de los octoniones. *Fuente: Tomado de [12].*

En la Teoría de Auslander, los metódos homológicos se usan para clasificar álgebras de dimensión finita, en congruencia con la solución de las conjeturas de Brauer-Thrall, que están relacionadas con este tipo de clasificación. Ringel introdujo el concepto de *carcaj* de Auslander-Reiten, que son grafos en los que se resume la información que un álgebra dada provee. Roiter, junto a Nazarova, introdujo la Teoría de representación de conjuntos parcialmente ordenados como una via alterna para dar una solución a estas conjeturas desde el punto de vista de los problemas matriciales; Grothendieck, por su parte, introdujo las categorías abelianas. La Teoría de representación de conjuntos parcialmente ordenados son un componente del álgebra lineal.

Cuando un experimento es desarrollado, los resultados pueden ser de dos tipos: aleatorios o determinísticos; el estudio de las variables aleatorias es propio de las teorías de probabilidad y la estadística (matemáticas del estado). La Teoría de la información, introducida por Shannon en 1948, tiene en la Teoría de probabilidad su piedra angular; con la ayuda de ella se define la entropía de una variable aleatoria discreta, así como la redundacia de un lenguaje natural, conceptos básicos que le permitieron definir sistemas criptográficos con la propiedad del secreto perfecto.

La Teoría de ecuaciones diferenciales permite el estudio de experimentos con resultados determinísticos; la Teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales son subcomponentes de este campo de la matemática. En el ámbito de las ecuaciones diferenciales ordinarias recaen problemas de matemática aplicada, como el estudio de las leyes de Newton, el movimiento del resorte, la ley de la conservación de Newton, el principío de Kirchhoff para circuitos, la dinamica poblacional, etc.

Al estudio de las ecuaciones diferenciales parciales corresponde problemas como la propagación de calor, la vibración de un cuerpo, el movimiento ondulatorio, etc. Las soluciones de este tipo de ecuaciones están asociadas al análisis de Fourier, mientras que las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales se asocian a familias de polinomios ortogonales, como la ecuación de Legendre, la ecuación de Laguerre o la ecuación de Chebyshev.

Los resultados que corresponden a la existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales subyacen a la matemática pura, más especificamente al análisis matemático. El estudio de la dinámica poblacional también puede llevarse a cabo en algunos casos con la ayuda de ecuaciones en diferencias, las cuales constituyen un subcomponente discreto de las ecuaciones diferenciales.

3

Clasificación AMS-Zentralblatt y Unesco

En la actualidad las principales bases de datos en matemáticas han llevado a cabo un esfuerzo conjunto para clasificar las distintas líneas de investigación, para lo cual se ha consultado a la comunidad matemática mundial. Este esfuerzo logró la construcción del catálogo *Mathematics Subject Classification* (MSC), que le asigna a un escrito un código que consta de cuatro dígitos y un carácter alfabético. A cada trabajo, con filiación a una de estas bases de datos, ya sea *Mathematical Reviews Database* (MRDB) o *Zentralblatt MATH* (ZMATH) , le es asignada una clasificación primaria, con un código MSC que describe su principal contribución. En caso de que el trabajo contenga contribuciones en distintas áreas, la clasificación primaria debe ser la más importante entre ellas; a un artículo o libro se le puede asignar uno o varios números secundarios de clasificación, los cuales describen las áreas de motivación o la posible aplicación del tema primario [11].

Por ejemplo, un trabajo que resuelve un problema que concierne la combinatoria de conjuntos parcialmente ordenados, como por ejemplo contar el número de anticadenas en un retículo dado (propuesto por Dedekind), puede ser codificado con el número 06A07, mientras que un trabajo que resuelve problemas en la teoría de representación de conjuntos parcialmente ordenados o de álgebras que incluye Teoría de Auslander pueden ser codificados con los números 16G20 el primero y 16G30 o 16G70 el segundo. Por otro lado, números 05A-XX codifican problemas que tienen que ver con la combinatoria enumerativa, por ejemplo si se quiere determinar el número de trayectorias reticulares que conectan el punto (0, 0) con un punto del retículo que consta de los puntos en el primer cuadrante con coordenadas enteras, es un problema de esta clase que tiene como solución los números combinatorios.

Trabajos que resuelven problemas como el teorema de distribución de primos se pueden codificar con el número 11N05. Más generalmente, números del tipo 11-XX se usan para codificar trabajos en distintas áreas de la teoría de números, códigos 11P-XX se asignan a la teoría aditiva de números y de particiones, a los cuales pertenecen muchos de los trabajos de Hardy y Ramanujan, los trabajos de Erdös en teoría combinatoria de números se pueden identificar con números 11-XX, números del tipo 30-XX pueden codificar problemas como el teorema fundamental del álgebra.

Problemas en matemáticas discretas se pueden codificar con el número 97N70, los de probabilidad con el número 97K30 y los problemas asociados a la teoría de grafos se pueden codificar con el número 97K50. Los códigos 62P-XX están asociados a trabajos relacionados con aplicaciones de la matemática. Códigos del tipo 68-XX se asocian a trabajos en ciencias de la computación y los códigos 15-XX son asignados a trabajos relacionados con el álgebra lineal, multilineal y problemas matriciales. En total, en esta clasificación se tienen 63 categorías con sus respectivas subcategorías.

02	Historias y biografías matemáticas	49	Cálculo de variaciones y control óptimo
34	Ecuaciones diferenciales	51	Geometría
35	Ecuaciones diferenciales parciales	52	Geometría convexa y concreta
37	Sistemas dinámicos	53	Geometría diferencial
39	Ecuaciones diferenciales	54	Topología general
40	Secuencias, series, sumatorias	55	Topología algebraica
41	Aproximaciones y expansiones	56	Colectores y celdas complejas
42	Análisis armónico y espacios euclidianos	58	Análisis global
43	Análisis armónico abstracto	60	Teoría de probabilidades y procesos estocásticos
44	Cálculo integral	62	Estadística
45	Ecuaciones integrales	64	Análisis numérico
46	Análisis funcional	68	Computación
47	Teoría operacional	70	Mecánica de partículas

74 Mecánica de sólidos deformables	85 Astronomía y astrofísica
76 Mecánica de fluidos	86 Geofísica
78 Óptica, Teoría electromagnética	90 Operaciones, programación matemática
80 Termodinámica clásica, transferencia de calor	91 Teoría de juegos, economía, ciencias sociales y del comportamiento
81 Teoría cuántica	92 Biología, otras ciencias naturales
82 Mecánica estadística, estructura de la materia	93 Teoría de sistemas
83 Teoría de la relatividad y gravitacional	94 Información, comunicación
	97 Educación matemática

Figura 6. Las 63 categorías de la clasificación MSC 2010 usadas actualmente para clasificar trabajos en matemáticas. *Fuente: Adaptado de [11]..*

Por último es necesario señalar que la Unesco asigna el número 12 a los trabajos matemáticos clasificados en 11 categorías (de acuerdo con tesis doctorales y de maestría realizadas en este campo).

1201 Álgebra	1207 Investigación de operaciones
1202 Análisis y análisis funcional	1208 Probabilidad
1203 Ciencias de la computación	1209 Estadística
1204 Geometría	1210 Topología
1205 Teoría de números	1299 Otras especialidades matemáticas
1206 Análisis numérico	

Figura 7. Las 11 categorías en las que la Unesco clasifica las actividades matemáticas. *Fuente: Elaboración propia a partir de [6].*

Referencias

[1] G. Andrews, *The Theory of Partitions*, Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

[2] N. Bourbaki, "L'architecture des Mathématiques", en *Les Grands Courants de la Pensée Mathématique*, F. Le Lionnais, Ed. Paris: Cahiers du Sud, 1948, pp. 32-44.

[3] Espasa-Calpe, *Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana*, Madrid: J. Espasa, 1908.

[4] S. Hildebrandt y A. Tromba, *Matemática y Formas Óptimas*, Barcelona: Prensa Científica, 1990.

[5] F. Le Lionnais, Ed.(ed), *Les Grands Courants de la Pensée Mathématique*, Paris: Cahiers du sud, 1948.

[6] W. Polanco, "*Clasificación de las matemáticas*", INCYT - Instituto de investigación y proyección sobre ciencia y tecnología. Disponible en: http://incyt.org/web/clasificacion-de-las-matematicas/.

[7] C. Rojas-Osorio, *Filosofía de la Educación: de los griegos a la tardomodernidad*, Medellín: Universidad de Antioquia, 2010.

[8] B. Russell, *Principles of Mathematics*, London: Routledge Classics, 2010.

[9] R. P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, vol. 1, Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

[10] B. Vitrac, "Antigua Grecia: *la odisea de la razón*", *El correo de la UNESCO*: *Viaje al país de las matemáticas*, vol. XLII, n.o 11, pp. 29-35, 1989.

[11] American Mathematical Society, «MSC2010 database», 2010. [En línea]. Disponible en: https://mathscinet.ams.org/msc/msc2010.html.

[12] F. R. Villatoro, «Los octoniones y el secreto de la teoría de supercuerdas», *La Ciencia de la Mula* Francis, 01-may-2011. Disponible en: https://francis.naukas.com/2011/05/01/los-octoniones-y-el-secreto-de-la-teoria-de-supercuerdas/.

[13] F. R. Villatoro, «Terence Tao demuestra la conjetura de la discrepancia de Erdős», *La Ciencia de la Mula Francis*, 23-oct-2015. Disponible en: https://francis.naukas.com/2015/10/23/terence-tao-demuestra-la-conjetura-de-la-discrepancia-de-erdos/.

[14] «Biografía de Arquímedes», *Biografías y Vidas: la enciclopedia en línea*. [En línea]. Disponible en: https://www.biografiasyvidas.com/biografia/a/arquimedes.htm.

[15] «El Mago de Budapest», *Portal Estadística Aplicada*. [En línea]. Disponible en: http://www.estadistica.net/Algoritmos2/paul-erdos.html.

[16] «Hardy and Ramanujan», *The Story of Mathematics*. [En línea]. Disponible en: https://www.storyofmathematics.com/20th_hardy.html.

Agustín Moreno Cañadas

es profesor asociado de la Universidad Nacional de Colombia, a la que está vinculado desde 1999. Sus estudios de pregrado y posgrado los realizó en esta misma institución en la que obtuvo su Doctorado en Ciencias-Matemáticas.

Sus publicaciones abarcan campos como la Teoría de representación de álgebras, la Teoría de números, la combinatoria, la criptografía visual y el análisis de tácticas de guerra. Actualmente dirige el grupo de investigación TERENUFIA-UNAL, el cual lleva a cabo trabajos en áreas como la Teoría de representación de álgebras, criptografía, Teoría de números y combinatoria.

Desde el 2013 organiza la serie de coloquios en Teoría de representación de álgebras y sus aplicaciones, realizados en memoria de Alexander Zavadskij. Ha sido profesor visitante en universidades como la UNAM (México), la Universidad de Antioquia, la Universidad del Valle y la Universidad de Londres (Reino Unido). Se ha desempeñado en distintos periodos como Director curricular de Matemáticas y Consejero de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia.

Editado por el Centro editorial de la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Fuente principal Adobe Garamond Pro y Avenir Next. Interior impreso a una tinta en papel de caña Earth Pact de 90 g y cubierta impresa en dos tintas sin plastificar en papel de 200 gramos. Se imprimieron 1000 ejemplares.

Ciencia al viento número 21 da a conocer a la comunidad académica un ensayo del profesor Agustín Moreno del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias, el cual versa sobre el quehacer de la investigación matemática. Se hace mención a algunos hitos investigativos y a sus artífices, aquellos que sentaron importantes postulados o teorías matemáticas: Euclides, Pitágoras, Arquímedes, Pascal, Euler, Erdös, Poincaré. Se describen los desarrollos de la clasificación matemática, con una somera referencia a la clasificación actual desde el punto de vista de la AMS y la UNESCO.

ISSN2322-7117

9 772322 711001