

Construcción de un índice coincidente para la actividad económica Colombiana*

Fabio H. Nieto

Universidad Nacional de Colombia †

Nicolás Chudt

Universidad Nacional de Colombia ‡

Abstract

Usando factores comunes de un conjunto de variables macroeconómicas y el enfoque de perfil coincidente para seleccionar uno de ellos, como el más cercano al estado de la economía, se propone en este trabajo un índice coincidente para la actividad económica Colombiana.

Palabras y frases claves: Factores comunes dinámicos, Índice coincidente, Perfil coincidente

*Apoyo financiero del proyecto CEAL-AL/2015-11, Universidad Autónoma de Madrid-Banco Santander

†Corresponding author: fhnetos@unal.edu.co

‡Estudiante del programa de Maestría en Estadística

1 Introducción

Martínez *et al* (2016) diseñaron un procedimiento para obtener índices coincidentes del estado no observable de un sistema. Como ejemplos de estos sistemas tenemos el económico de un país, el del mercado financiero de una bolsa de valores o el del clima de una región geográfica. Considerado el estado del sistema como un proceso estocástico, un índice coincidente es una estimación de él. Martínez *et al* (2016) ilustraron su metodología con un ejemplo para la economía Colombiana y otro para el sector financiero Colombiano. En el caso de la economía, utilizaron 9 variables observadas mensualmente en el período muestral Enero, 1980-Diciembre, 2005 y una estimación del PIB mensual, obtenida con el método de Nieto (2004), para obtener los llamados perfiles coincidentes de cada factor común encontrado.

Con el propósito de mejorar el contenido económico del grupo de variables usado por Martínez *et al* (2016) y actualizar el período muestral hasta una fecha lo más reciente posible, en este trabajo se seleccionan 6 variables, a saber: indicador de los ingresos reales de la industria (IND), oferta de energía (ENE), producción total de caña de azúcar (CANA), producción de cemento (CEM), comercio sin vehículos (COMCV) y tasa de desempleo (TD). El período muestral es Enero, 2000-Noviembre, 2016.

Como es bien sabido, actualmente se dispone en la literatura de una variedad de métodos para calcular índices coincidentes, específicamente para el sistema económico de un país. Ellos están basados fundamentalmente en modelos de series de tiempo y el rango puede ir desde Stock y Watson (1989,1991) hasta Martínez *et al* (2016). En este último trabajo, se puede consultar una lista de los más relevantes métodos al respecto.

El documento se organiza de la siguiente forma: en la Sección 2, incluimos una breve descripción del modelo factorial de Peña y Poncela (2006) y de Lam y Yao

(2012) y del perfil coincidente de Martínez *et al* (2016). En la Sección 3, hacemos una descripción del conjunto inicial de variables considerado y justificamos la selección final de las 6 variables indicadas antes. La aplicación del método de Martínez *et al* (2016) es presentada en la Sección 4, en donde, además, se hace un análisis del ciclo determinado por el factor común escogido como índice. La Sección 6 está conformada por algunas conclusiones y recomendaciones para una futura investigación.

2 Especificación del modelo factorial y el perfil coincidente

2.1 Modelo de factores comunes

Sea $\{y_t\}$ un proceso estocástico observable de dimensión m , el cual es generado por un proceso latente r -dimensional $\{f_t\}$, con $r \leq m$, via la ecuación

$$y_t = Pf_t + e_t, \quad t \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

donde \mathbb{Z} denota el conjunto de números enteros, P es una matriz $m \times r$ llamada la matriz de pesos y $\{e_t\}$ es un proceso ruido blanco multivariado Gaussiano m -dimensional, con media $\mathbf{0}$ y matriz de varianzas y covarianzas de rango completo Σ_e . Los procesos componentes de $\{\mathbf{f}_t = (f_{1t}, \dots, f_{rt})\}$ se llaman los factores comunes y ellos pueden ser no estacionarios o estacionarios. En este trabajo supondremos además que no son estacionales (para un estudio de factores comunes estacionales se puede consultar el trabajo de Nieto *et al* (2016)).

La metodología estadística para determinar el número de factores comunes r y estimarlos en cada tiempo t , se puede consultar en los artículos de Peña y Poncela (2006) y de Lam y Yao (2012), entre muchos otros. Siguiendo a Peña y Poncela (2016), la detección del número total r de factores comunes, se hace a través de una

prueba estadística basada en los valores propios de las matrices de autocorrelación canónica. La idea es: la matriz de correlación canónica de rezago k está dada por

$$M(k, N) = \left[\sum_{t=k+1}^N y_t y_t^T \right]^{-1} \sum_{t=k+1}^N y_t y_{t-k}^T \left[\sum_{t=k+1}^N y_{t-k} y_{t-k}^T \right]^{-1} \sum_{t=k+1}^N y_{t-k} y_t^T ,$$

para cada $k = 1, \dots, N - 1$, donde N denota el tamaño de muestra. Sea

$$S_{m-r,k} = -(N - k) \sum_{j=1}^{m-r} \ln(1 - \widehat{\lambda}_j) ,$$

donde $\widehat{\lambda}_1 \leq \dots \leq \widehat{\lambda}_m$ son los valores propios ordenados de $M(k, N)$. Entonces, $S_{m-r,k}$ es una estadística de prueba para examinar la hipótesis nula de que a lo más $m - r$ valores propios, de la matriz límite de la sucesión de matrices $M(k, N)$ cuando N tiende a ∞ , son iguales a cero. La distribución límite de $S_{m-r,k}$ es $\chi_{(m-r)^2}^2$, para todo $k = 1, 2, \dots$.

En este trabajo, además de la prueba estadística de Peña y Poncela (2006) descrita antes, vamos a utilizar como criterio complementario para determinar el número de factores comunes, el procedimiento de Yam y Lao (2012). Esencialmente, este consiste en lo siguiente: consideremos las matrices

$$C(k, N) = \frac{1}{N^{2d}} \sum_{t=k+1}^N (y_{t-k} - \bar{y})(y_t - \bar{y})' ,$$

donde el símbolo $'$ significa transposición de matrices, $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ y $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$. Estas matrices son llamadas matrices muestrales de autocovarianza generalizada por Peña y Poncela (2006). Ahora, sean

$$M = \sum_{k=1}^{k_0} C(k, N) C(k, N)' ,$$

y $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$ los valores propios de M ordenados en orden descendente de magnitud. Entonces, un estimador de r está dado por

$$\hat{r} = \operatorname{argmin} \{ \lambda_{i+1} / \lambda_i \mid 1 \leq i \leq R \} ,$$

donde R es un valor conocido tal que $r < R < m$. En la práctica, para un valor de m moderadamente grande, se toma $R = m/2$.

Determinado r , se procede a la estimación de la matriz P y los factores comunes f_{1t}, \dots, f_{rt} para cada $t = 1, \dots, n$. En este trabajo usamos la metodología de Peña y Poncela (2006), pero una forma alterna de obtener estas estimaciones es el procedimiento de Lam y Yao (2012).

2.2 Perfil coincidente

Siguiendo el enfoque de Martínez *et al* (2016), pero precisando los conceptos y formalizando el método estadístico utilizado por esos autores, presentamos a continuación el procedimiento basado en el perfil coincidente. Nuestros planteamientos extienden el método de Martínez *et al* (2016) y son, por lo tanto, una contribución teórica y metodológica del presente trabajo al tema de construcción de índices de actividad económica.

Definición 1. Sean $\{C_t\}$ e $\{I_t\}$ procesos estocásticos que representan, respectivamente, el estado de la economía y un estimador de $\{C_t\}$. Decimos que $\{I_t\}$ es l -coincidente con $\{C_t\}$ para algún $l \in \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm c\}$, con c número entero positivo conocido, si para cada trayectoria de $\{C_t\}$ e $\{I_t\}$, cada uno de los puntos de giro de la trayectoria de $\{I_t\}$ está rezagado o adelantado con respecto a cada uno de los correspondientes de la trayectoria de $\{C_t\}$, por $|l|$ periodos de tiempo.

Observaciones: 1. Estrictamente, los puntos de giro (o de quiebre) hacen referencia a valores máximos y mínimos locales de las trayectorias bajo consideración.

2. Si $l < 0$, tenemos un rezago. Si $l > 0$, tenemos un adelanto. El caso $l = 0$ será interpretado como coincidencia exacta o, simplemente, coincidencia.

3. En economía, y para variables mensuales, usualmente es razonable tomar $c \leq 3$.

De acuerdo con la definición anterior, el objetivo es tener un índice 0-coincidente

para $\{C_t\}$. Sin embargo, un índice l -coincidente con l muy cerca a cero podría ser muy útil para estimar el estado actual de la economía.

Para determinar el valor de l , realizamos una prueba de permutación para examinar la hipótesis nula $H : l = l_0$ v.s. $K : l \neq l_0$, para l_0 un valor conocido en $\{0, \pm 1, \dots, \pm c\}$. Inicialmente, suponemos $l_0 = 0$. Sean $\{c_t\}$ e $\{i_t\}$ series de tiempo (trayectorias) de $\{C_t\}$ e $\{I_t\}$, respectivamente, en el período muestral $1, \dots, N$. Bajo coincidencia exacta, habría Q puntos de giro en los puntos temporales t_1, \dots, t_Q , para algún $Q \geq 1$, en las series de tiempo $\{c_t\}$ e $\{i_t\}$. Pero, en virtud de la variabilidad muestral, los puntos de giro en $\{i_t\}$ podrían ocurrir en s_1, \dots, s_Q . Así, tenemos un pareamiento natural de los puntos de giro, digamos $\{(t_j, s_j) : j = 1, \dots, Q\}$. Esperaríamos que $d_j = t_j - s_j \approx 0$ para todo $j = 1, \dots, Q$ y, en consecuencia, $\sum_{j=1}^Q d_j \approx 0$. Obviamente, esta suma puede ser positiva o negativa.

Con el objeto de construir una estadística que permita decidir si la suma observada es un valor extremo y, en consecuencia, tener evidencia empírica para rechazar la hipótesis nula, consideramos el siguiente procedimiento estadístico basado en las pruebas de permutación (un marco teórico formal para este método aparece en el Apéndice).

Sean d_1, \dots, d_Q las diferencias observadas en los puntos de giro de las series de tiempo $\{c_t\}$ e $\{i_t\}$ y sea s_0 su suma. Reorganizamos las diferencias de la siguiente forma: inicialmente, consideramos el valor absoluto de las mismas, esto es, $|d_1|, \dots, |d_Q|$. Luego, obtenemos las 2^Q permutaciones de longitud Q de los signos $+, -$ y cada una de ellas es asignada a la sucesión $|d_1|, \dots, |d_Q|$. A manera de ejemplo, una de las sucesiones de signos es $+, +, \dots, +$, otra $-, -, \dots, -$ y otra la de las diferencias observadas mismas.

Ahora, sea s_j el valor de la suma para la j -ésima sucesión signada de las diferencias absolutas, $j = 1, \dots, Q$. Entonces, la suma observada coincide con s_{j_0} para algún

$j_0 = 1, \dots, Q$. Sea

$$p_0 = \frac{\#\{s_j : |s_j| \geq |s_{j_0}|, j = 1, \dots, Q\}}{2^Q},$$

donde $\#$ denota el cardinal del conjunto en referencia. Este número es el p -valor de la sucesión signada observada, bajo la distribución de permutación para la variable aleatoria S , cuyas realizaciones son todas las posibles sumas consideradas en la permutación.

Al nivel de significancia α , $0 < \alpha < 1$, la regla de decisión es rechazar la hipótesis nula y aceptar la alterna si $p_0 \leq \alpha$. Un rechazo de la hipótesis nula significa que s_{j_0} es un valor extremo de S bajo su distribución de permutación o que la sucesión observada d_1, \dots, d_Q es un resultado extremo bajo una distribución equivalente. Estos hechos están formalizados en el Apéndice.

Supongamos que H es rechazada. Esto significa que $l_0 \neq 0$, luego $l_0 < 0$ ó $l_0 > 0$ y nuestro interés ahora es identificar el valor de $l_0 \neq 0$. Con ese fin, consideramos las hipótesis condicionales

$$H^l : l_0 = l | H^{l'} \text{ ha sido rechazada}$$

v.s.

$$K^l : l_0 \neq l | H^{l'} \text{ ha sido rechazada,}$$

donde $l = -l'$ si $l' > 0$ o $l = -l' + 1$ si $l' < 0$. Nótese que $l \in \{\pm 1, \dots, \pm c\}$.

Equivalentemente, las hipótesis anteriores pueden ser replanteadas como

$$H^l : l_0 - l = 0 | H^{l'} \text{ ha sido rechazada}$$

v.s.

$$K^l : l_0 - l \neq 0 | H^{l'} \text{ ha sido rechazada,}$$

con l como antes.

Dado $l \in \{\pm 1, \dots, \pm c\}$, proponemos como estadística de prueba a $S^l = \sum_{i=1}^Q d_i^l$, con $d_i^l = d_i - l$, $i = 1, \dots, Q$. Luego, reorganizamos las diferencias d_i^l y procedemos como en el caso $l = 0$, definiendo

$$p_l = \frac{\#\{s_j^l : |s_j^l| \geq |s_{j_0}^l|, j = 1, \dots, Q\}}{2^Q},$$

donde s_j^l denota la suma de la j -ésima sucesión signada de $d_1 - l, \dots, d_Q - l$.

Definición 2. Al $\{p_l : l = 0, \pm 1, \dots, \pm c\}$ lo denominamos el *perfil coincidente* de la serie de tiempo $\{i_t\}$

Definición 3. Diremos que los procesos $\{C_t\}$ e $\{I_t\}$ son l_m -coincidentes al nivel α , $0 < \alpha < 1$, si $l_m = \operatorname{argmax}\{p_l : l = 0, \pm 1, \dots, \pm c\}$ y $p_{l_m} > \alpha$.

Un gráfico cartesiano de $\{p_l : l = 0, \pm 1, \dots, \pm c\}$, donde l es la abcisa, ilustra visualmente el significado y utilidad en la práctica del perfil coincidente. Nótese que para l dado en el $\{0, \pm 1, \dots, \pm c\}$, si $p_l \geq \alpha$, entonces la hipótesis nula H^l no es rechazada. En este caso podemos interpretar p_l como un nivel de confianza para el intervalo aleatorio que incluya a l .

En la vida real, la serie de tiempo $\{c_t\}$ no es observada y esto es un inconveniente para hallar un perfil coincidente. Para dar una solución a este problema, Martínez *et al* (2016) proponen utilizar una variable observable que permita rastrear la dinámica del estado de la economía $\{C_t\}$. Esa serie de tiempo se considera una estimación preliminar del estado de la economía, en el período muestral considerado, y con ella se construye el perfil coincidente para un índice propuesto.

Habiendo precisado conceptos y formalizado el método estadístico de Martínez *et al* (2016), la metodología para la construcción del índice consiste de las siguientes etapas:

ETAPA 1. Desestacionalizar las series de tiempo cuando todas o algunas de ellas sean estacionales y ajustar por datos atípicos e intervenciones si es del caso. Trans-

formaciones para ajustar por escala (incluyendo logaritmos) también son apropiadas.

ETAPA 2. Determinar el número de factores comunes de las variables utilizadas y obtener sus estimaciones, usando la metodología de Peña y Poncela (2006) o la de Lam y Yao (2012).

ETAPA 3. En el entendido que el grado de coincidencia entre dos procesos lo determina el valor l_m , obtenemos los perfiles coincidentes al nivel α de cada factor común. Luego escogemos el factor común con grado de coincidencia más cercano a cero y mayor p -valor.

ETAPA 4. Asignar la base del índice y obtener los puntos de giro del mismo, con el fin de determinar el ciclo económico.

3 Selección de variables

Una fase muy importante en la construcción de un índice coincidente de actividad económica, es la selección de los indicadores (variables) observables que lo constituirán, los cuales deben, en tiempo real, señalar razonablemente bien la evolución dinámica del estado de la economía. Para nuestro ejercicio, y siguiendo el enfoque de Bujosa *et al* (2013), se tomaron inicialmente un total de 29 variables o indicadores. De ellas, finalmente se seleccionaron seis variables. Como lo mencionamos previamente, el período muestral a utilizar es Enero, 2000-Noviembre, 2016.

La Tabla I presenta la lista de las 29 variables utilizadas inicialmente, junto con los sectores de la economía a los que pertenecen. Tenemos una primera sección donde están las variables asociadas a las actividades económicas de la producción, como son la producción de café y caña de azúcar, representando la actividad agrícola; el índice de la producción industrial representando el sector manufacturero; la demanda de energía del Sistema Interconectado Nacional (SIN) caracterizando el sector de servicios públicos; la producción de crudo, medida en millones de barriles, como

variable del sector de minas y canteras; la producción de cemento como variable del sector de la construcción; el comercio minorista total sin combustibles, el comercio al por menor sin los combustibles ni los vehículos y la venta de vehículos, los cuales hacen parte del sector comercial.

En la segunda sección, tenemos dos tipos de variables: las primeras están asociadas al funcionamiento operacional del gobierno, entre las cuales se encuentran la remuneración a los asalariados, gasto general del gobierno central y el sistema general de participaciones; las segundas corresponden al recaudo, y son el impuesto al valor agregado (IVA), otros tipos de impuestos (aranceles) y el gravamen al margen financiero (conocido como 4 por mil).

Para la tercera sección se incluyen las exportaciones en cuatro diferentes unidades de medida: precios FOB dólares, precios FOB pesos, volumen peso neto kilo y volumen peso bruto kilo. Así mismo, se incluyen las importaciones en precios CIF en dólares, precios CIF en pesos, volumen peso neto kilo y volumen peso bruto kilo.

La última sección incluye la tasa de desempleo que hace parte del sector de mercado laboral y las variables tasa de cambio, el índice de precios a las exportaciones y el índice de precios a las importaciones, para el sector que representa los precios.

En Colombia, actualmente, el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) produce el Índice de Seguimiento Económico (ISE) desde Enero del año 2000, el cual es una estimación *mensual* de la actividad económica de Colombia. Como tal, se puede considerar una estimación razonable del estado de la economía casi en tiempo real, pues su cálculo tiene un rezago de dos meses, aproximadamente. Los detalles de su construcción se pueden consultar en el sitio <http://dane.gov.co/files/investigaciones/fichas/cuentas-nacionales/DSO-CT-MET-Metodologia-General-Indicador-de-Seguimiento-a-la-Economia-ISE-Agosto-2016.pdf>. Ese punto de inicio del ISE es la razón por la cual, el rango muestral en este trabajo comienza en Enero, 2000.

Para Colombia, se tenían procedimientos previos para la construcción de un índice coincidente. Es el caso por ejemplo de los trabajos de Melo *et al* (2002) y Nieto (1998, 2004), entre muchos otros. En particular, Nieto (1998, 2004) obtiene una estimación óptima del PIB mensual la cual se considera un índice coincidente.

Tabla I: Conjunto de Variables. **Fuente:** DANE¹

SECTOR	VARIABLES
I. ACTIVIDAD ECONÓMICA	
(a) AGROPECUARIO	Producción de miles de sacos de 60 Kg de café verde Producción de Caña de Azúcar
(b) INDUSTRIA	Índice de Producción Real
(c) SERVICIOS PÚBLICOS	Demanda Energía (SIN) medido en kWh
(d) MINAS Y CANTERAS	Producción de millones de barriles de Crudo
(e) CONSTRUCCIÓN	Producción de Cemento
(f) COMERCIO	Total Comercio Minorista sin Combustibles Total Comercio Minorista sin Combustibles ni Vehículos Vehículos automotores y motocicletas
II. GOBIERNO	
(g) ADMINISTRACIÓN PÚBLICA	Remuneración a los a salarios Gastos Generales del Gobierno Central Sistema general de participaciones
(h) IMPUESTOS	Impuesto al Valor Agregado Otros Impuestos Gravamen al Margen Financiero
III. COMERCIO EXTERIOR	
(i) EXPORTACIONES	Valores FOB Dólares y Valores FOB Pesos Cantidades Peso Neto Kilo y Peso Bruto Kilo
(j) IMPORTACIONES	Valores CIF Dólares y Valores CIF Pesos Cantidades Peso Neto Kilo y Peso Bruto Kilo
IV. MERCADO LABORAL Y PRECIOS	
(k) MERCADO LABORAL	Tasa de Desempleo
(l) INDICE DE PRECIOS	Tasa Representativa del Mercado Índice de Precios a las Importaciones Índice de Precios a las Exportaciones

Antes de continuar con la descripción del procedimiento usado para seleccionar las variables finales, debemos anotar lo siguiente. La definición de perfil coincidente dada

¹Aunque la mayoría de variables son fuente DANE también se obtuvo información de la Asociación Colombiana de Petróleo, FEDECAFE, XM, Presidencia de la República, SETFX y ASOCAÑA.

en la Sección 2, está basada, filosófica y conceptualmente, en la presencia de máximos y mínimos locales en los valores en niveles de las variables bajo estudio. En ocasiones, no es fácil detectar estos puntos extremos locales, debido a series de tiempo muy suaves o presencia de demasiado ruido en ellas. Recomendamos entonces, transformar las series originales por medio de los filtros de primera diferencia finita (cambios absolutos) y, con base en los nuevos datos, encontrar el perfil coincidente. Al hacerlo así, el procedimiento de detección de puntos de giro en las primeras diferencias, produce aproximadamente los denominados valles y picos del ciclo económico. Y el perfil coincidente que así se obtenga, mostrará solo la coincidencia entre estos puntos de las variables transformadas. Un valle puede ser interpretado como el punto de fondo de una recesión, mientras que un pico señalaría el punto de techo de una expansión. Los puntos de quiebre de la variable original, corresponderían a aquellos en donde la primera diferencia es cero o cambia de signo. Así, de negativo a positivo, tendríamos un mínimo local y, al contrario, un máximo local. En el caso que nos ocupa, el análisis de coincidencia se hizo con las series de tiempo diferenciadas, tanto de las 29 variables como del ISE, luego estaremos apareando valles con valles y picos con picos.

La selección de las variables finales se hizo de la siguiente manera. Inicialmente, se determinó el grado de coincidencia de cada una de las variables con respecto al ISE. Paralelamente, se calculó la función muestral de correlación cruzada entre cada variable y el ISE (en primeras diferencias) y se examinó la significancia del coeficiente de correlación cruzada en los rezagos $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$. Una variable con correlación cruzada significativa en alguno de esos rezagos se puede considerar que tiene información “coincidente” con el estado de la economía. Luego, se hizo una evaluación de la importancia económica de cada variable, como representante del sector al cual pertenece, en la dinámica del sistema económico. De esta manera, se llegó a un conjunto final de 6 variables, el cual se describe a continuación.

1. Producción industrial (IND). En muchos países, la industria es el sector de mayor calidad y confiabilidad para captar los ciclos de la actividad económica (Garcia-Ferrer and Bujosa (2000)). En Colombia, la actividad industrial representa uno de los componentes que más contribuye a la evolución del PIB. Para el año 2000, la actividad manufacturera participaba con el 3,6% del PIB en términos corrientes. Esta cifra cambió para el año 2015, donde su participación creció 11,2%. La Figura 1 muestra su perfil coincidente con respecto al ISE, indicando 0-coincidencia con un p -valor (nivel de confianza) del 100%. Este es un resultado muy deseable.

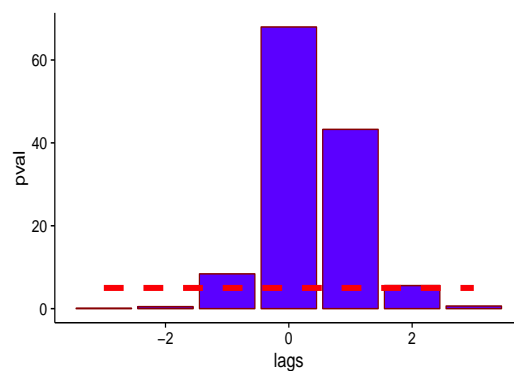


Figure 1: Perfil coincidente de la Industria.

2. Energía eléctrica (ENE). La generación, administración y distribución de energía eléctrica está directamente relacionado con el funcionamiento de la actividad económica. Su importancia se manifiesta en la contribución que esta actividad tiene sobre el crecimiento económico y su influencia en los diferentes sectores de la economía. En Colombia, la producción de energía eléctrica ha representado un 2% del PIB durante los últimos 5 años. En el análisis de coincidencia, la Figura 2 nos muestra -1 -coincidencia con un p -valor del 85%. Este hecho lo podemos interpretar como un rezago de un mes entre los valles y picos del ciclo de esta variable y los del ISE. Cabe destacar que a pesar de la menor participación de esta actividad comparada con la industria, es imperante su inclusión pues es un soporte trascendental de la economía.

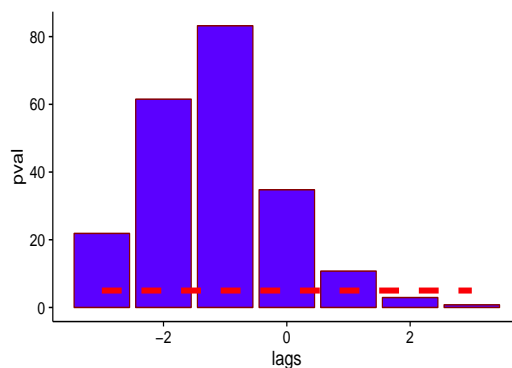


Figure 2: Perfil coincidente de la producción de Energía.

3. Producción de caña de azúcar (CANA). La inclusión de esta actividad puede generar cierta discusión, dado que los niveles de producción son bajos con respecto a otras variables de interés y, adicional, muestra una volatilidad muy alta. Sin embargo, durante los últimos años, el sector pasó de abastecer la demanda de los hogares, a canalizar sus recursos hacia la acumulación de materias primas para la producción de biocombustibles y otros derivados manufacturados. Si bien es una serie con presencia de heterocedasticidad y valores atípicos, su dinámica puede ser muy útil para reflejar los ciclos de la producción. Esto se demuestra en la Figura 3, donde se observa que el grado de coincidencia es 0 con un nivel de confianza del 75%.

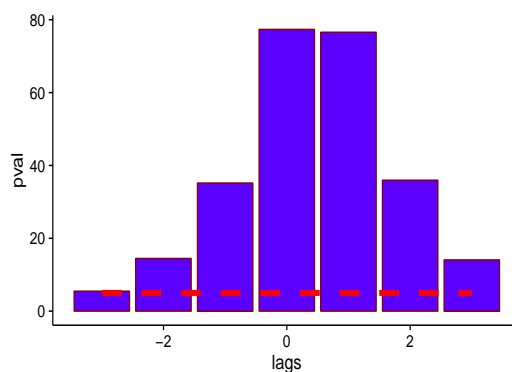


Figure 3: Perfil coincidente de la producción de caña.

4. Comercio al por menor sin combustible y sin vehículos (COMCV).

En general, las ventas comerciales al por menor sin combustible y sin vehículos tienen la característica de reflejar una relación directa con el comportamiento del gasto de los hogares, ya que esta variable muestra la evolución de las líneas de mercancía que los hogares más consumen, como los alimentos, las bebidas alcohólicas, las prendas de vestir, los equipos electrónicos y electrodomésticos, entre otros. Esta relación permite ver, por ejemplo, cómo los ingresos reales pueden estar disminuyendo debido a la contracción en el gasto de los hogares y por ende, que esta disminución sea el reflejo de una inminente inflación. En Colombia, la actividad comercial representó 1,6% del PIB en precios corrientes en 2010 y aumentó a 2,3% en 2015. Se espera que su contribución siga creciendo con el incremento de las importaciones y el debilitamiento de la industria nacional. La Figura 4 indica -2 -coincidencia con un nivel de confianza del 63,28%, lo que implica que, en términos de valles y picos, su ciclo se rezaga dos meses con respecto al del ISE.

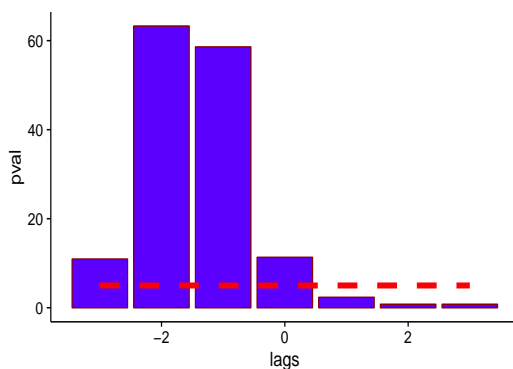


Figure 4: Perfil coincidente del Comercio.

5. Producción de cemento (CEM). Para la planificación gubernamental y la gestión fiscal, la construcción en obras civiles y edificaciones es una de las actividades que más repercute en el crecimiento económico. En esta actividad se mide, no solamente el grado de inversión por parte del sector oficial y privado, sino también

su contribución a la actividad económica. La producción de cemento representa un insumo de vital importancia para la construcción de las edificaciones residenciales, no residenciales y obras civiles. Observando la Figura 5, la variable es 1-coincidente con un nivel de confianza del 95%, lo cual revela un adelanto promedio de un mes de sus valles y picos con respecto a los del ISE.

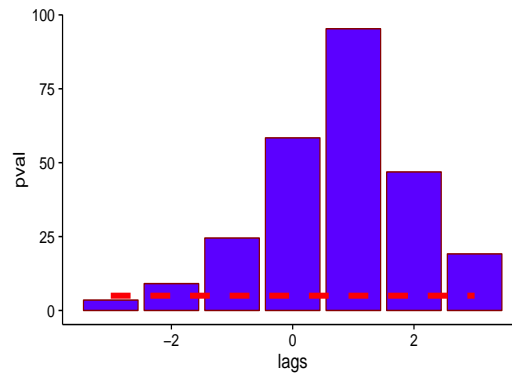


Figure 5: Perfil coincidente de la producción de Cemento.

6. Tasa de desempleo (TD). Esta variable es un indicador muy importante para el análisis macroeconómico, ya que tiene la característica de indicar las principales señales del estado de la economía (Leamer, 2009)). Por ejemplo, una fuerte alza en la tasa de desempleo muestra un claro síntoma de recesión. Así mismo, cuando la fase de recesión culmina, el nivel de desocupados se mantiene y se toma cierto tiempo para que empiece una fase de recuperación, pues, aunque las condiciones sean favorables, las empresas prefieren no comprometerse aún en contratar empleados. Ya para los primeros periodos de la recuperación, la tasa de desocupación puede disminuir y la economía puede repuntar. Como se puede apreciar en la Figura 6, esta variable es 0-coincidente con un nivel de confianza del 80%; en consecuencia, el indicador está sincronizado con la evolución del ciclo para el ISE.

En la Figura 7 se presentan las series de tiempo de estas variables, en el período muestral seleccionado. Las letras SSA al final del nombre nemotécnico dado antes,

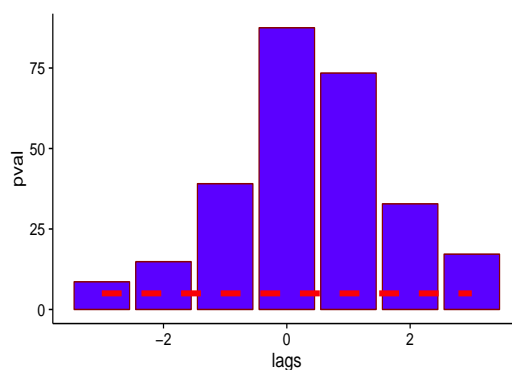


Figure 6: Perfil coincidente de la Tasa de Desempleo.

indican series de tiempo desestacionalizadas (trabajo hecho con el paquete X13-ARIMA). Se puede observar, en términos muy generales, la presencia de dos movimientos seculares comunes. Uno de ellos es sugerido por la variable CANASSA y el otro, por las restantes 5 variables.

4 El índice para Colombia

4.1 Proceso para su construcción

Con las variables coincidentes seleccionadas en la sección anterior, procedemos a encontrar un índice para la economía Colombiana.

ETAPA 1. Como se mencionó antes, cada variable fué desestacionalizada y, además, caña de azúcar y cemento son ajustadas por escala multiplicando por 10^{-3} la primera y por 10^{-4} la segunda. Aunque la variable CANASSA es la que presenta mayor número de datos atípicos, según un análisis hecho en el paquete estadístico TSW (Caporello y Maravall, 2003), se decide no corregirla y utilizarla con sus valores originales en el análisis factorial, al igual que el resto de variables.

ETAPA 2. Usando el método de Lam y Yao (2012) se identificaron 2 factores

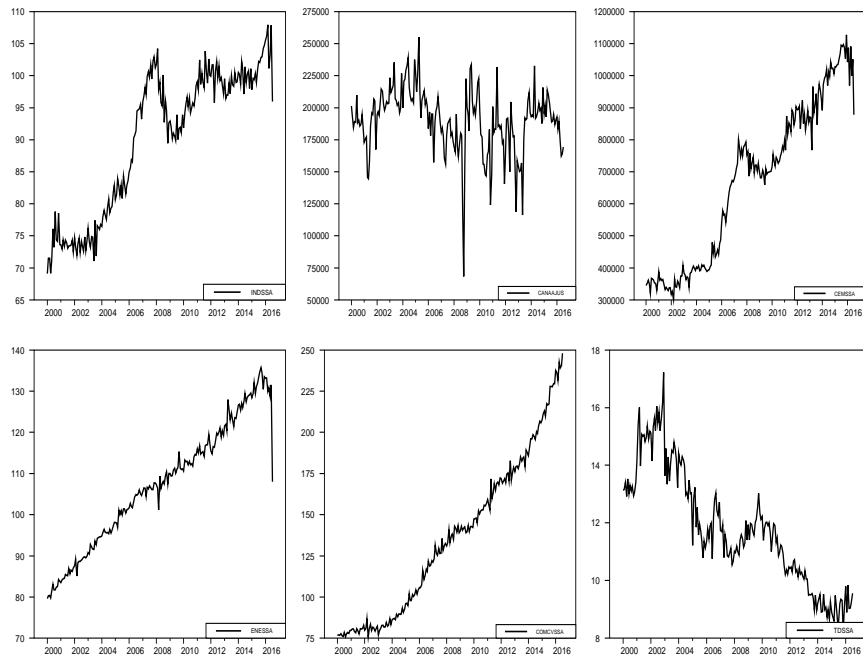


Figure 7: Series temporales seleccionadas.

comunes para las variables en niveles. Luego, obtenemos estimaciones preliminares de los dos factores usando combinaciones lineales de las variables. Los coeficientes de estas combinaciones lineales son las componentes de los vectores propios, asociados a los dos primeros valores propios de la matriz M . En seguida, se especificaron modelos ARIMA para cada uno de los factores estimados preliminarmente y ellos fueron ARIMA(0,1,1) para el primer factor (valor propio mayor) y ARIMA (0,2,0) para el segundo (segundo mayor valor propio). Nótese que este último factor es un proceso de caminata aleatoria integrado (IEW por sus siglas en inglés). Utilizando la forma de espacio-estado del modelo factorial de Peña y Poncela (2006), descrito completamente por Nieto *et al* (2016), se estimaron los hiperparámetros y los factores. La estimación de la transpuesta de la matriz de carga, P^T , y de las varianzas de los

ruidos intrínsecos fue la siguiente:

$$\hat{P}^T = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.83 & 1.83 & 0.74 & 0.36 & 0.13 \\ 0.00 & 0.01 & -0.17 & 0.21 & 0.10 & -0.02 \end{bmatrix},$$

y $\hat{\Sigma}_e = \text{diag}\{19.27, 5.78, 556.72, 86.87, 15.75, 0.38\}$. Todos estos últimos parámetros son significativos al 1%. Además, la estimación del parámetro de promedio móvil del factor 1 es $\hat{\theta} = -0.07(0.16)$ (error standard en paréntesis), el cual, aunque es no significativo, se mantiene en el modelo. Según estas estimaciones, el primer factor es un promedio ponderado de las variables, mientras que el segundo refleja un contraste entre el grupo de variables conformado por energía, comercio sin vehículos y cemento y el grupo integrado por caña de azúcar (con más ponderación) y tasa de desempleo. En la estimación de la matriz P se fijó el valor de la entrada 12 en cero, con el objeto de completar las condiciones de identificabilidad del modelo factorial, como lo proponen Peña y Poncela (2006). Los factores comunes estimados finalmente se presentan en la Figura 8.

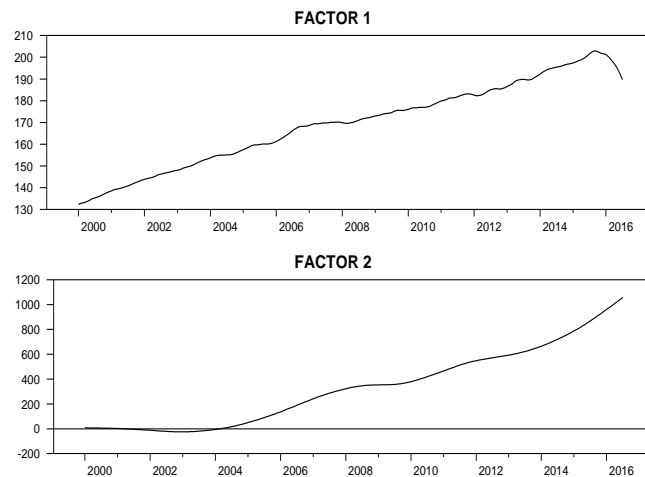


Figure 8: Factores comunes estimados.

Teniendo en cuenta que hemos seleccionado al ISE como la estimación preliminar

del estado de la economía, en las Figuras 9 y 10 presentamos una comparación visual de este con cada factor común estimado, respectivamente, con el fin de tomar una idea acerca de las dinámicas del ISE y los factores comunes. Se observa en la Figura 9 que la dinámica del ISE y del factor 1 es similar, mientras que hay mucha disimilitud entre las dinámicas del ISE y del factor 2, como se aprecia en la Figura 10.

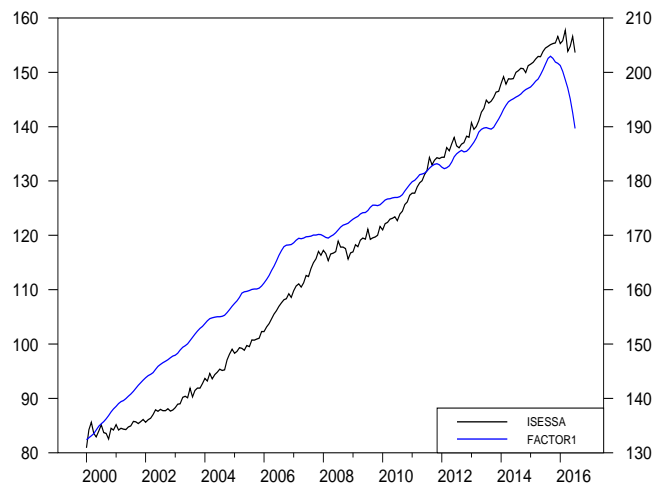


Figure 9: Comparación entre el ISE y el Factor 1 estimado.

ETAPA 3. Para escoger el factor común con más coincidencia con el ISE, debemos obtener el perfil coincidente para cada uno de ellos. Siguiendo la literatura sobre el tema, específicamente el método de Bujosa *et al* (2012), obtuvimos la primera derivada (diferencia finita) de la *tendencia* del ISE y de los factores comunes. Las tendencias del ISE y de los factores comunes fueron extraídas usando el filtro de Hodrick y Prescott con una constante de suavizamiento $\lambda = 600$. Como lo explican Bujosa *et al* (2012), buscamos extraer el ciclo de los negocios y, de esta manera, los perfiles coincidentes se obtienen para los ciclos. Este procedimiento es una modificación al de Martínez *et al* (2016), quienes usaron directamente una estimación preliminar del PIB mensual en *niveles* (datos originales) para el cálculo de los perfiles

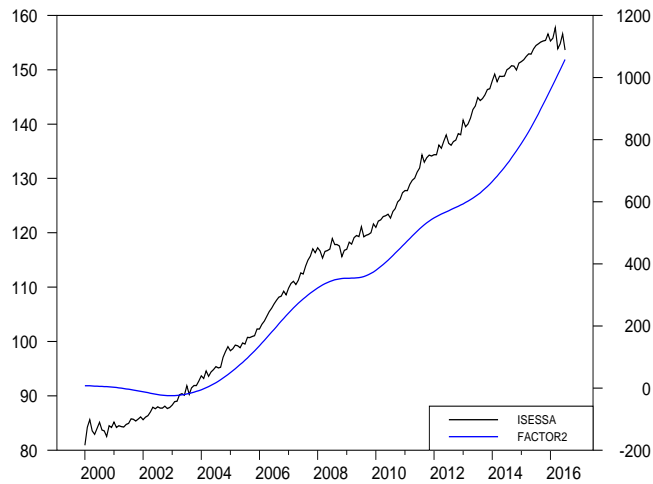


Figure 10: Comparación entre el ISE y el Factor 2 estimado.

coincidentes. Esa estimación preliminar del PIB mensual fue obtenida con el método de Nieto (2004).

En las Figuras 11 y 12 presentamos los perfiles coincidentes obtenidos para los ciclos del ISE y de cada factor. Como el factor 1 es 0-coincidente y el factor 2 no lo es, tomamos el primero como el índice coincidente. A manera exploratoria, y porque en Colombia es muy utilizada la serie temporal de las variaciones anuales del ISE, dada su capacidad informativa acerca de los movimientos anuales de la economía, obtuvimos también los perfiles coincidentes de estas variaciones del ciclo del ISE y de los factores comunes. En las Figuras 13 y 14 se presentan los resultados obtenidos, indicando claramente que a nivel de estas transformaciones de los datos, no existe coincidencia entre el ISE y los factores comunes.

ETAPA IV. En la Tabla II presentamos los picos y valles del ciclo del índice coincidente y del ISE, obtenidos con el procedimiento de Bry y Boschan (1971). Resultados similares fueron obtenidos con el enfoque de Harding y Pagan (1999). En la segunda columna, se presentan las localizaciones temporales (año-mes) de ellos y en la tercera, se incluye la diferencia en meses entre las localizaciones temporales de

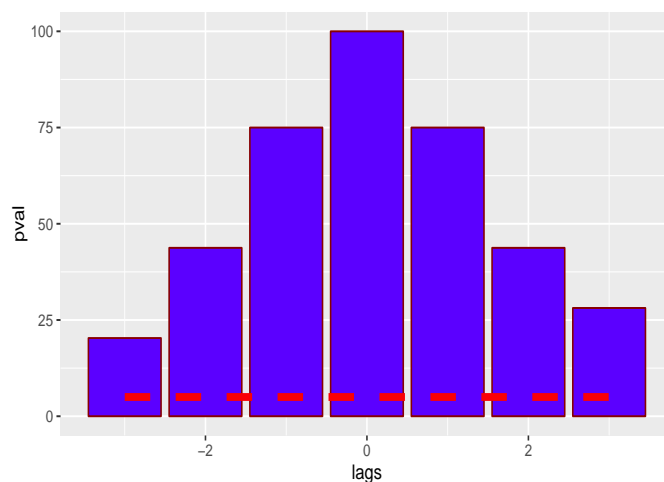


Figure 11: Perfil coincidente entre el ciclo del ISE y del factor 1.

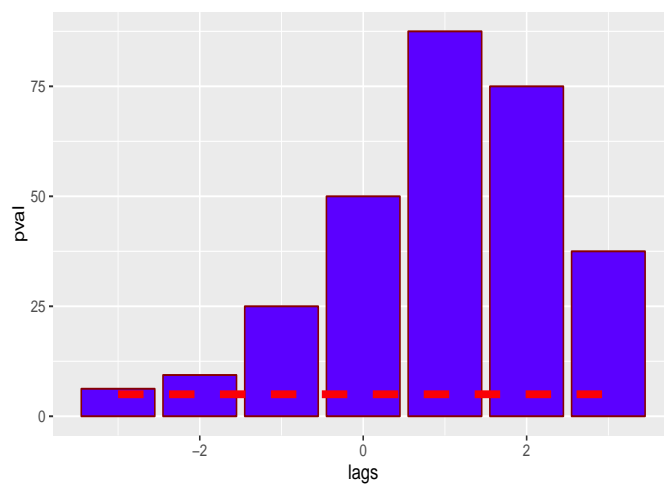


Figure 12: Perfil coincidente entre los ciclos del ISE y del factor 2.

esos puntos. Se puede observar que las diferencias en valor absoluto son menores o iguales a 6 meses y que hay más coincidencia en los puntos temporales (izquierda para el ISE y derecha para el índice) (Febrero, 2001; Febrero, 2001), (Agosto,2006; Junio, 2006), (Enero, 2009; Noviembre, 2008) y (Julio, 2014;Abril,2014). En la Figura 15 se presenta la gráfica del índice.

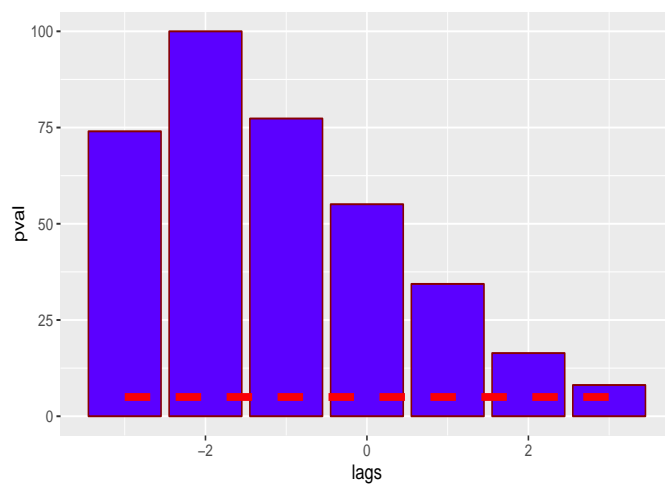


Figure 13: Perfil coincidente para las variaciones anuales del ISE y el factor 1.

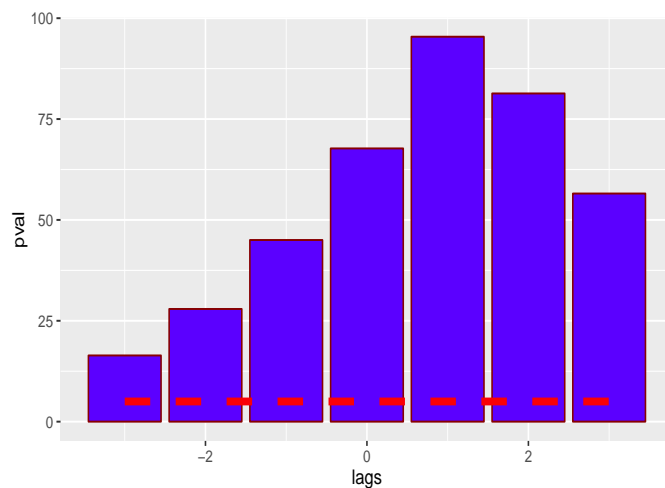


Figure 14: Perfil coincidente para las variaciones anuales del ISE y el factor 2.

Tabla II: Valles y picos de la primera diferencia del ISE y del índice coincidente

Puntos de Giro	Posición - ISE	Posición - Factor 1	Diferencia Meses
Min	Feb, 2001	Feb, 2001	0
Max	Ago, 2006	Jun, 2006	2
Min	Ene, 2009	Nov, 2008	2
Max	Jul, 2011	Ene, 2011	6
Min	Feb, 2012	Jul, 2012	-5
Max	Jul, 2014	Abr, 2014	3

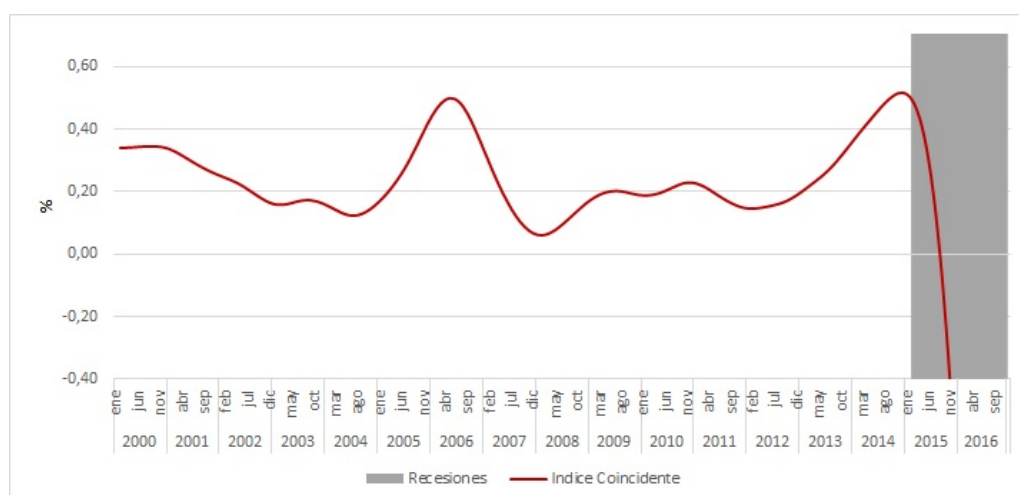


Figure 15: Ciclos del índice

A partir de los criterios de duración de las fases de un ciclo de Bujosa *et al* (2013) y comparando con los picos y valles de la Tabla II, se identificó una señal para una eventual fase de recesión en el período Enero, 2015-Noviembre, 2016, la cual se muestra en la Figura 15 usando un área sombreada. Sin embargo, estos puntos de la Tabla II también permiten destacar varios periodos de desaceleración, es el caso de Octubre, 2000-Febrero, 2003, Octubre, 2003-Julio, 2004, Junio, 2006-Febrero, 2008, Agosto, 2009-Enero, 2010 y Enero, 2011-Febrero, 2012. Estas fases son confirmadas en la Tabla III, la cual muestra los crecimientos anuales del PIB de Colombia para el periodo 2000-2016.

Tabla III: Crecimientos Anuales PIB **Fuente:** DANE

Año	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
%	1,7	2,5	3,9	5,3	4,7	6,7	6,9	3,5
Año	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
%	1,7	4,0	6,6	4,0	4,9	4,4	3,1	2,0

La posible fase de recesión que muestra el índice, es explicada principalmente por los altos niveles de inflación (6.77% en 2015 y 6.00% hasta noviembre de 2016), una

devaluación desmesurada asociada a una caída histórica de los precios del petróleo y una tasa de crecimiento que desaceleró para 2015 en 3.1% y hasta noviembre de 2016 en 2.0%. Es un escenario en el cual los gastos operacionales gubernamentales se rigen por una política más austera y por medidas más restrictivas por parte del Banco Central en materia de tasas de interés.

La desaceleración en el período Octubre, 2000-Febrero, 2003, corresponde a un periodo de transición que mantiene los “restos” de la crisis vivida por la economía Colombiana en el año 1999, esto a pesar de un breve crecimiento de la economía con tasas de 1,7% para el año 2001 y 2,5% para 2002. El mal desempeño del sector manufacturero, los altos niveles de desempleo y las presiones inflacionarias todavía no permiten ver una contundente recuperación en el contexto económico (Alfonso V. et al (2012)). Posteriormente, el periodo Octubre, 2003-Julio, 2004, muestra una menor desaceleración, que se refleja en un crecimiento moderado del 3,9% para 2003. En el periodo Junio, 2006-Febrero, 2008 se observa una fase con tasas de crecimiento pequeñas del índice, lo cual contrasta con los periodos de expansión de los años 2006 y 2007 que tuvieron tasas de crecimiento del 6,7% y 6,9%, respectivamente. Por su parte, el periodo Agosto, 2009-Enero, 2010 presenta una desaceleración, la cual concuerda con el año 2008, que presentó un crecimiento menor a los años anteriores, de 3,5%, y continuó con su senda de menor crecimiento en 1,7% para 2009. Esta fase está muy acorde con la recesión mundial causada por la desregulación del mercado de derivados y la conocida deuda Subprime en los Estados Unidos, lo que repercutió no solo en las economías del primer mundo, sino que también trascendió en la región Latinoamericana. Para el periodo Enero, 2011-Febrero, 2012, la economía se vio afectada principalmente por la desaceleración de la economía China y por la baja inversión en las obras civiles. El crecimiento fue 4,0%, el cual es menor en comparación con los crecimientos de 2011 y 2013 que fueron 6,6% y 4,9%, respectivamente.

4.2 Análisis de Coyuntura

Para el análisis de la economía colombiana, a partir de lo que refleja el índice coincidente, se propone estudiar la variación anual del mismo, la cual se calcula mediante la expresión

$$VA_{m,t} = \left(\frac{I_{m,t}}{I_{m,t-1}} - 1 \right) \times 100 ,$$

donde, en general, $I_{m,t}$ es el valor del índice en el mes m del año de referencia t , con $m \in \{Enero, \dots, Diciembre\}$. Según los resultados del índice para noviembre de 2016, se registra una caída en su variación anual de 1,3%; mientras que para el mismo periodo del año 2015 presentaba un crecimiento del 3,3%, lo que refleja un escenario de estancamiento de la economía colombiana. En un contexto general, desde el año 2015 la economía viene presentando malos síntomas que están afectando su dinámica. El índice coincidente refleja estos indicios y avisa la preocupante situación para un año 2016 todavía más complejo. La industria, que para los tres primeros trimestres de 2015 tuvo comportamientos negativos, debido al cierre de la empresa REFICAR, se recuperó con la reapertura de la misma en octubre de 2015, lo que refleja una tasa de crecimiento del 2,6% para la producción industrial en noviembre de 2016. Sin embargo, por el lado del sector de minas y canteras, la caída de los precios del petróleo ha restringido la producción de crudo debido a su baja rentabilidad, pues no alcanza a cubrir los costos de producción. En lo corrido del año 2016 la producción no ha llegado al millón de barriles. Presiones inflacionarias también siguen teniendo incidencias sobre la economía, registrando 6,0% hasta noviembre de 2016. Esto influenciado principalmente por las protestas protagonizadas por camioneros y campesinos lo cual provocó un alza, principalmente, en los precios de los alimentos.

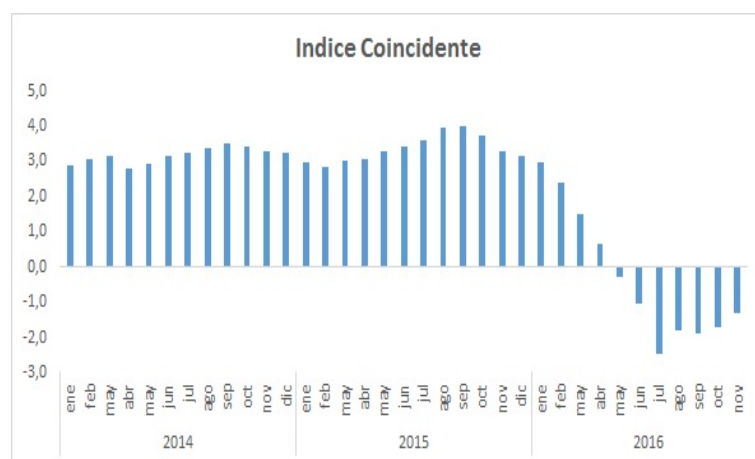


Figure 16: Evolución de las variaciones anuales hasta Noviembre, 2016

4.2.1 Contexto Regional

Para este periodo del año, las principales economías latinoamericanas mostraron un escenario poco alentador; mientras el ISE para Colombia tuvo un crecimiento de 1,1%, para las economías grandes como Argentina y Brasil se presentaron variaciones negativas; el índice Mensual de la Actividad Económica para Argentina (IMAE), producido por el INDEC, cayó 3,5% en octubre de 2016 mientras que el índice de la Actividad Económica del Banco Central del Brasil (IBC) cayó 2,0% en agosto de 2016. Por otro lado, el índice Mensual de la Actividad Económica para Chile (IMAEC) creció 1,1%; tasa de crecimiento menor al reportado el mismo periodo del año 2015 que fue de 1,7%. Para el caso de México y Perú se mantiene una estabilidad positiva donde el índice Global de la Actividad Económica para México (IGAE) reportó un crecimiento en noviembre de 2016, de 3,8%, y el índice Mensual de la Producción Nacional de Perú (IMPN) creció 3,2% para el mismo periodo.



Figure 17: Evolución de las variaciones anuales regionales hasta Noviembre, 2016

4.2.2 Análisis Sectorial

Como se mencionó previamente, el índice Coincidente para la economía colombiana tuvo una caída de 1,3% en noviembre de 2016. Este comportamiento está explicado por las variables utilizadas en la obtención del índice donde se destaca el crecimiento en noviembre de 2016 de 1,6% de la producción industrial, una caída de 0,2% de la oferta total de energía, y un crecimiento del 3,0% de las ventas comerciales sin combustibles y sin vehículos; por otro lado, la producción de caña de azúcar tuvo una caída de 8,5% y la producción de cemento tuvo un decrecimiento del 8,6% para noviembre de 2016. Por último, la tasa de desempleo tuvo un crecimiento del 2,2% para este periodo de análisis.

Industria Manufacturera

El Indicador de los ingresos reales de la producción industrial presenta un crecimiento en noviembre de 2016 de 1,6%, explicado principalmente por el buen rendimiento de la empresa REFICAR en la generación de derivados y refinados del petróleo como la gasolina regular, reportados en la Encuesta Mensual Manufacturera del DANE. Por otro lado la producción de caña de azúcar tuvo una caída de -8,5% en noviembre de

2016, cifra que refleja algunos rezagos del fenómeno del niño y sus incidencias sobre la producción. Esta información es reportada por ASOCAÑA.

Producción de Energía

El decrecimiento fue de 0,2% para la oferta total de energía en noviembre del año 2016. Este crecimiento moderado responde a las políticas de ahorro impulsadas por el gobierno, las cuales se generaron debido al Fenómeno del niño, lo que impactó el patrón de consumo de los hogares. Esta información es obtenida de XM filial de ISA.

Comercio

En noviembre de 2016, las ventas comerciales sin combustibles y sin vehículos crecieron 3,0%. La línea de mercancía que más contribuye en la dinámica del sector es alimentos (víveres en general) y bebidas no alcohólicas la cual creció 0,8% y refleja principalmente el efecto del alza de los precios en la canasta familiar. Esta información es reportada por la Encuesta Mensual de Comercio al por menor del DANE.

Construcción

La producción de cemento tuvo un decrecimiento del 8,6% en noviembre de 2016. La no ejecución de las vías de cuarta generación tiene principalmente desmotivado el sector junto a la poca dinámica en algunas construcciones de tipo residencial. La información es obtenida del DANE.

Mercado Laboral

Finalmente la variación de la tasa de desempleo tuvo un crecimiento en lo corrido del año del 2,2%, tasa mucho mayor a la registrada en el mismo periodo del año anterior la cual fue de -2,0%.

5 Conclusiones y recomendaciones

En el presente trabajo, hemos construido un índice coincidente para la actividad económica de Colombia, siguiendo el enfoque de perfil coincidente de Martínez *et al.*

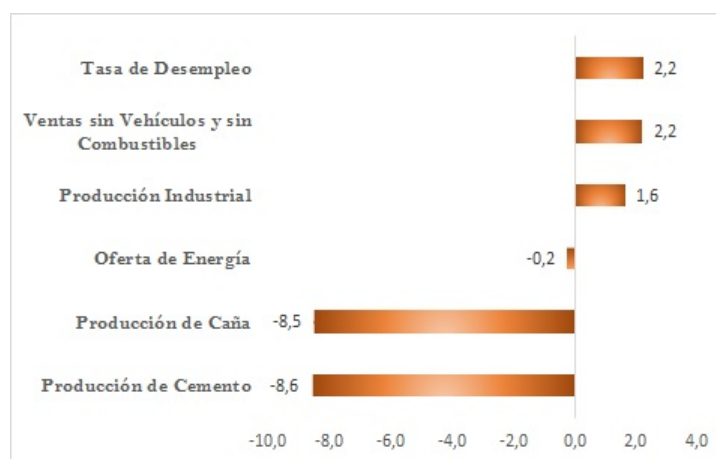


Figure 18: Variación anual de las variables a noviembre de 2016

Dentro de este proceso, hemos mejorado el procedimiento de los anteriores autores tanto en el marco teórico como en el metodológico. Adicionalmente, se utilizó un conjunto nuevo de variables macroeconómicas y el período muestral analizado cubre hasta Noviembre de 2016, mes para el cual se tienen los últimos datos de las variables involucradas. El índice que hasta el momento se ha construido puede ser consultado en el sitio web <http://ciencias.bogota.unal.edu.co/departamentos/estadistica/investigacion/grupos-de-investigacion-departamento-estadistica/series-de-tiempo/>. Como línea futura de investigación en el tema, este índice se puede utilizar como el ciclo de referencia para construir un índice líder para la actividad económica de Colombia.

APENDICE

Con el fin de darle un soporte formal a la prueba de permutación que fundamenta la construcción del índice y a partir de él investigar las propiedades estadísticas de la prueba de permutación, consideramos el siguiente marco teórico para ello:

Sean Y y Z los tiempos de ocurrencia (por ejemplo, meses, trimestres, etc.) de los puntos de giro de $\{C_t\}$ e $\{I_t\}$, respectivamente. Ellos son variables aleatorias sobre un espacio de probabilidad, digamos (Ω, \mathcal{A}, P) , con valores en \mathbb{Z}^+ , el conjunto

de los números enteros positivos. Consideremos el vector aleatorio (Y, Z) el cual está definido sobre (Ω, \mathcal{A}, P) y toma valores en $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$, el producto cartesiano de \mathbb{Z}^+ consigo mismo. Así, dado $\omega \in \Omega$, $(Y, Z)(\omega) = (Y(\omega), Z(\omega)) = (t, s)$, donde $(t, s) \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$. Ahora, definamos la variable aleatoria $D = Y - Z$ sobre el espacio muestral de (Y, Z) con valores en \mathbb{Z} . Acá, $D(t, s) = t - s$ para todo $(t, s) \in \mathcal{R}_{(Y, Z)}$, el recorrido o espacio muestral de (Y, Z) . Es claro que la distribución de D , representada por la probabilidad inducida $P_{(Y, Z)}$ de (Y, Z) , no es fácilmente conocida, a menos que consideremos supuestos adicionales. Ni tampoco las marginales de Y y Z .

Sea m la mediana de D . El conjunto de hipótesis propuesto en la Subsección 2.2. puede ser re-escrito como $H : m = 0$ v.s. $K : m \neq 0$. Como una estadística de prueba, proponemos a $S = \sum_{i=1}^Q D_i$, donde D_i denota la diferencia D en el par i , $i = 1, \dots, Q$. Bajo la nula, las diferencias de pares están alrededor de cero en una forma simétrica aproximada, entonces su suma es cercana a cero. En consecuencia, valores de S lejos de cero señalarán un rechazo de H .

Ahora, para analizar formalmente las permutaciones de las diferencias signadas como se indicó en la Subsección 2.2, consideramos el siguiente esquema:

El mecanismo probabilístico que genera los signos $+$, $-$ puede ser representado por el espacio de probabilidad $(\Omega_g = \{+, -\}, \mathbb{F} = \mathcal{P}(\Omega_g), P_g)$, donde $\mathcal{P}(\Omega_g)$ es el conjunto de todos los subconjuntos de Ω_g . Bajo equiprobabilidad, $P_g(\{+\}) = 1/2$. Ahora, consideremos el espacio de medida producto $(\Omega_g^Q, \mathcal{F}, \bar{P})$, donde $\Omega_g^Q = \times_{i=1}^Q \Omega_g$ es el producto cartesiano de Ω_g consigo mismo Q veces, \mathcal{F} es la σ -álgebra generada por el producto cartesiano de \mathbb{F} consigo mismo Q veces y \bar{P} es la medida producto. Nótese que $\bar{P}(\{\delta_1, \dots, \delta_Q\}) = \prod_{i=1}^Q P_g(\{\delta_i\}) = 1/2^Q$, con $\delta_i \in \{+, -\}$, $i = 1, \dots, Q$. Fijando $|d_1|, \dots, |d_Q|$, definimos el elemento aleatorio A de $(\Omega_g^Q, \mathcal{F}, \bar{P})$ en el espacio medible $(\mathbb{Z}^Q, \mathcal{P}(\mathbb{Z}^Q))$, donde $\mathbb{Z}^Q = \times_{i=1}^Q \mathbb{Z}$ y, como antes, \mathcal{P} indica el conjunto de partes, tal que $A(\delta_1, \dots, \delta_Q) = (\delta_1 |d_1|, \dots, \delta_Q |d_Q|)$ with $\delta_i \in \{+, -\}$. Nótese que esta imagen por A es una sucesión signada de las diferencias observadas correspondiendo a la permutación

$(\delta_1, \dots, \delta_Q)$. Sea \bar{P}_A la medida inducida por A , entonces $\bar{P}_A(A(\delta_1, \dots, \delta_Q)) = 1/2^Q$, para todo $(\delta_1, \dots, \delta_Q) \in \Omega^Q$. Esta medida de probabilidad será considerada la distribución de permutación.

Sea s_j el valor observado de la estadística S en la j -ésima sucesión signada en el espacio muestral de A , $j = 1, \dots, Q$. Entonces $s_0 = s_{j_0}$ para algún $j_0 = 1, \dots, Q$. También, sea

$$p_0 = \frac{\#\{s_j : |s_j| \geq |s_{j_0}|, j = 1, \dots, Q\}}{2^Q},$$

donde $\#$ denota el cardinal del conjunto en referencia. Este número es el p -valor de la sucesión signada observada bajo la distribución de permutación \bar{P}_A .

Observación. S es un elemento aleatorio de $(\mathbb{Z}^Q, \mathcal{P}(\mathbb{Z}^Q))$ en el espacio medible $(\mathbb{Z}, \mathcal{P}(\mathbb{Z}))$. Sea $\bar{P}_{A,S}$ su medida de probabilidad inducida. Esta no es necesariamente equiprobable pero si $B = \{y \in \mathbb{Z} : |y| \geq |s_{j_0}|\}$, entonces $\bar{P}_{A,S}(B) = \bar{P}_A(S^{-1}(B)) = p_0$, donde $S^{-1}(B)$ es la imagen inversa de B por S .

Al nivel de significancia α , $0 < \alpha < 1$, la regla de decisión es rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa si $p_0 \leq \alpha$. Un rechazo de la hipótesis nula significa que s_{j_0} es un valor extremo de S bajo la distribución $P_{A,S}$ o que la sucesión observada d_1, \dots, d_Q es un resultado extremo bajo la distribución P_A .

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo agradecen a la Universidad Autónoma de Madrid (UAM) y al Banco Santander, quienes a través del proyecto CEAL-AL/2015-11, financiaron el desarrollo del mismo. A su vez, nuestros sinceros agradecimientos a los profesores Antonio García-Ferrer, Pilar Poncela y Aranzazu de Juan Fernández, de la UAM y miembros del equipo de investigación, por sus valiosos aportes al tema. A la Universidad Nacional de Colombia por facilitar la conformación conjunta del equipo español-colombiano de investigación y proporcionarnos el tiempo laboral para trabajar en el proyecto.

REFERENCIAS

- Alfonso V., Arango L. E., Arias F., Cangrejo G. y Pulido J.D. (2012). *Ciclos de negocios en Colombia: 1975-2011*, Borradores de Economía, Banco de la República, Numero 651.
- Bry, G. and Boschan, C. (1971). *Programmed Selection of Cyclical Turning Points*, in *Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs*, pp. 7-63, Eds. Bry, G. and Boschan, C., NBER. vskip.10in
- Bujosa, M., García-Ferrer, A., and de Juan, A. (2013). Predicting recessions with factor linear dynamic harmonic regressions. *Journal of Forecasting* **32**: 481-499.
- Caporello, G. and Maravall, A. (2003). *TSW Program*, Banco de España, Madrid.
- García-Ferrer, A. and Bujosa, M. (2000). Forecasting OECD industrial turning points using unobserved component models with business survey data. *International Journal of Forecasting* **16**: 207-227.
- Harding, D. and Pagan, A. (1999). Dissecting the Cycle, *Melbourne Institute Working paper*, No 13.
- Lam, C. and Yao, Q. (2012). Factor modeling for high-dimensional time series: inference for the number of factors. *The Annals of Statistics* **40**: 694-726.
- Leamer, E.E. (2009). *Macroeconomic Patterns and Stories*. Springer: Berlin.
- Martínez, W., Nieto, F.H., and Poncela, P. (2016). Choosing a dynamic common factor as a coincident index. *Statistics and Probability Letters* **109**: 89-98.
- Melo, L.F., Nieto, F.H., Posada, c., Betancourt, Y., y Barón, J. (2001). Un índice coincidente para la actividad económica de Colombia. *ENSAYOS sobre Política Económica* **40**: 46-88.
- Nieto, F.H. (1998). Ex-post and Ex-Ante prediction of unobserved economic time

series: a case study. *Journal of Forecasting* **17**: 35-58.

Nieto, F.H. (2004). A coincident index for the state of the economy. *International Statistical Review* **72**: 355-376.

Nieto, F. H., Peña, D. and Saboya, D. (2016). Common seasonality in multivariate time series. *Statistica Sinica* **26**: 1389-1410.

Peña, D. and Poncela, P. (2006). Nonstationary dynamic factor analysis. *Journal of Statistical Planning and Inference* **136**: 1237-1257.

Stock, J.H. and Watson, M.W. (1989). New indexes of coincident and leading economic indicators. *NBER Macroeconomics Annual* **4**: 351-394.

Stock, J.H. and Watson, M.W. (1991). A probability model of the coincident economic indicators. In Lahiri, K., Moore, G.H. (Eds.), *Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records* **4**, Cambridge University Press: New York, pp. 63-85.