Examen de admisión a la Maestría en Actuaría y Finanzas

Notación y expresiones a tener en cuenta para la presentación del examen.

I. $\mathcal{M}_n$ denota el conjunto de las matrices de tamaño $n \times n$ con coeficientes reales.

II. A^c denota el complemento del conjunto A con respecto a un universo de referencia.

III. $A \cup B$, $A \cap B$ y $A - B$, denotan la unión, intersección y diferencia de los conjuntos A y B, respectivamente.

IV. $P(A)$ denota la probabilidad del evento A.

V. $P(A|B)$ denota la probabilidad condicional del evento A dado el evento B.

VI. $E(X)$ denota el valor esperado de la variable aleatoria X.

VII. $\mathrm{Var}(X)$ denota la varianza de la variable aleatoria X.

VIII. Regla de Bayes: $P(A_i \big| B) = \dfrac{P(B \big| A_i) P(A_i)}{\sum_j P(B \big| A_j) P(A_j)}$.

1. Si la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $a = 1$ es $y = 3x - 5$ entonces el producto $f(1) \cdot f'(1)$ es igual a

   A. -6.

   B. $-\frac{1}{2}$.

   C. 0.

   D. 1.

2. El valor del límite

$$\lim_{x \to \infty} -3x^4 + 10x^3 + 9$$

   es:

   A. -3.

   B. $-\infty$.

   C. 0.

   D. ∞.

3. Considere las siguientes afirmaciones con respecto a la función:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ \ln(x+1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

   I. f es continua en todo su dominio.

   II. $f'(0) = 1$.

   Es correcto asegurar que

   A. I. es verdadera y II. es falsa.

   B. I. y II. son verdaderas.

   C. I. y II. son falsas.

   D. I. es falsa y II. es verdadera.

4. Sea g una función tal que g' es continua en $\mathbb{R}$, $g(1) = 2$ y $\int_1^3 g(x)dx = 1$. Entonces
$$\int_1^3 (9-3x)g'(x)dx$$
es igual a:

A. -15.

B. 0.

C. 3.

D. -9.

5. La integral
$$\int\limits_1^2 \int\limits_{x-1}^1 e^{y^2} dydx$$
es equivalente a la integral

A. $\int\limits_1^2 \int\limits_{y+1}^1 e^{y^2} dxdy$

B. $\int\limits_0^x \int\limits_1^2 e^{y^2} dxdy$

C. $\int\limits_0^1 \int\limits_1^{y+1} e^{y^2} dxdy$

D. $\int\limits_{x-1}^1 \int\limits_0^1 e^{y^2} dxdy$

6. Considere las siguientes afirmaciones

   I. La serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{3n^2+1}$ es divergente.

   II. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ es convergente.

   Es correcto afirmar que:

   A. I. y II. son falsas.
   B. I. es verdadera y II. es falsa.
   C. I. y II. son verdaderas.
   D. I. es falsa y II. es verdadera.

7. La ecuación de la recta tangente a la curva

$$y^3 - x^2y - 8 = 0$$

   en el punto $(3, -1)$ es

   A. $y = -\frac{1}{3}x$.
   B. $y = x - 4$.
   C. $y = 3x - 10$.
   D. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$.

8. Sea $f(x, y) = \displaystyle\int_0^{3x} (-yt^2 + 5t)dt$. El valor de $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ en el punto $(1, 2)$ es

   A. -9.
   B. -3.
   C. 3.
   D. 9.

9. El valor máximo que puede alcanzar la función $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ en los puntos del círculo de radio 1 es

   A. 2

   B. 0

   C. 4

   D. 1

10. Dada la siguiente ecuación diferencial con condición inicial

$$\frac{dy}{dx} = 2e^{-x} - 6x,$$
$$y(0) = k.$$

   Si $y(1) = -2e^{-1}$, el valor de k es:

   A. 3.

   B. 1.

   C. 0.

   D. e^{-1}.

11. Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_n$. Considere las siguientes afirmaciones:

   I $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

   II Si $AC = BC$ entonces $A = B$.

   Es correcto asegurar que

   A. I es verdadera y II es falsa

   B. I y II son verdaderas

   C. I es falsa y II es verdadera

   D. I y II son falsas

12. La matriz $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & k \\ 2 & 4 & k^2 \end{bmatrix}$ **NO** es invertible si k^2+5 es igual a:

A. 9

B. 5

C. 14

D. 6

13. Considere las siguientes afirmaciones con respecto a la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$,

I. 3 es un valor propio (eigenvalor) de A.

II. A es invertible.

Es correcto asegurar que:

A. I. es verdadera y II. es falsa.

B. I. y II. son verdaderas.

C. I. es falsa y II. es verdadera.

D. I. y II. son falsas.

14. Los vectores $(3x-2, 4, 1)$ y $(-2, x, -3)$ son ortogonales si x es igual a:

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{6}$.

15. Sean A y B dos eventos es un mismo espacio muestral y tales que $P(A \cup B) = 0,8$, $P(A) = 0,5$ y $P(B) = x$. Si A y B son independientes, entonces el valor de x es igual a:

   A. $0,3$

   B. $0,4$

   C. $0,6$.

   D. $0,9$.

16. El número de reclamos presentado a una compañía de seguros por un titular de póliza tiene distribución de Poisson. La probabilidad que un titular de póliza presente tres reclamos es tres veces la probabilidad de que presente cuatro reclamos. El número esperado de reclamaciones presentadas por un titular de póliza es

   A. 2.

   B. $\frac{4}{3}$.

   C. $\frac{3}{4}$.

   D. $\frac{1}{2}$.

17. El precio Y de una acción en la bolsa de valores de Nueva York durante el mes de enero del 2020 se distribuyó como una variable aleatoria normal con media 10 dólares y desviación estándar 2 dólares. Determine cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera

   A. $P(Y \leq 10) = 0{,}3$.

   B. $E(Y^2) = 104$.

   C. $Var(3Y + 5) = 17$.

   D. $E(3Y + 5) = 15$.

18. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & \text{si} \quad -1 \leq x < 1, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

La probabilidad $P\left(X \leq \frac{1}{2} \,\middle|\, 0 \leq X \leq 2\right)$ es

A. $\dfrac{1}{8}$.

B. $\dfrac{1}{64}$.

C. $\dfrac{1}{4}$.

D. $\dfrac{3}{8}$.

19. Una compañía de seguros divide sus titulares de pólizas en clases de riesgo bajo y en clases de riesgo alto. En un año, entre quienes pertenecen a la clase de riesgo bajo, el 50 % no presenta reclamos, el 36 % presenta un reclamo y el 14 % presenta dos reclamos. Entre quienes se hallan en la clase de riesgo alto, el 25 % no hace reclamos, el 55 % hace un reclamo y el 20 % hace dos reclamos. De los titulares de pólizas, el 20 % se hallan en la clase de riesgo bajo y el 80 % se hallan en la clase de riesgo alto. Si un titular de póliza no presenta reclamos en un año, la probabilidad de que él se halle en la clase de riesgo alto

A. $\dfrac{2}{3}$.

B. $\dfrac{1}{2}$.

C. $\dfrac{2}{5}$

D. $\dfrac{1}{3}$.

20. Sea X una variable aleatoria continua con función de distribución F. Determine cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:

A. $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$.

B. $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$.

C. $F(cx) = cF(x)$, $c > 0$.

D. $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$.