

Listado de temáticas a evaluar

Álgebra lineal

1. Sistemas de ecuaciones lineales

- Introducción a los sistemas lineales. Sistemas homogéneos. Solución de sistemas. Sistemas equivalentes. Operaciones elementales entre filas. Matrices equivalentes. Matriz escalonada. Algoritmos para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Eliminación de Gauss. Sustitución hacia atrás. Análisis del conjunto solución de un sistema.

2. Vectores en \mathbb{R}^n

- Vectores en \mathbb{R}^n . Vectores y coordenadas. Operaciones (suma y producto por escalar) y sus propiedades. Combinación lineal. Espacio generado. Espacio nulo y espacio columna de una matriz. Independencia lineal. Producto escalar y propiedades. Magnitud. Ángulos. Ortogonalidad. Paralelismo. Proyección de un vector. Rectas, planos e hiperplanos en \mathbb{R}^n . Producto cruz en \mathbb{R}^3 .

3. Matrices

- Definición. Suma y producto por escalar. Propiedades. Producto de matrices y propiedades. Matrices invertibles. Transposición. Matriz simétrica, antisimétrica, idempotente, nilpotente, ortogonal. Matrices elementales. Factorización LU. Determinantes. Propiedades. Cálculo de determinantes. Matriz Adjunta.

4. Espacios vectoriales

- Definición y propiedades. Subespacios vectoriales. Generalización de los conceptos de combinación lineal, espacio generado e independencia lineal. Base y dimensión. Coordenadas respecto a una base ordenada. Cambio de base. Rango y nulidad. Producto escalar y base ortonormal. Matriz ortogonal. Proyección ortogonal. Proceso de Gram-Schmidt. Factorización QR.

5. Transformaciones lineales

- Definición y propiedades básicas. Núcleo e imagen. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformaciones inyectivas, sobreyectivas e Isomorfismos. Algebra de transformaciones lineales.

6. Valores y vectores propios

- Definición y propiedades básicas. Espacio propio. Valores y vectores propios de matrices especiales. Matrices semejantes. Caracterización de valores y vectores propios. Matrices diagonalizables. Matrices ortogonalmente diagonalizables.

Cálculo diferencial

1. Números reales y funciones

- El conjunto de los números reales \mathbb{R} . Propiedades básicas, orden, acotación y completez. Representación gráfica, valor absoluto, desigualdades. Intervalos. Coordenadas en el plano. Ecuación de la recta. Perpendicularidad y paralelismo. Distancia entre dos puntos. Relaciones en \mathbb{R}^2 y sus gráficas. Simetrías, traslaciones, expansiones y compresiones (relación entre ecuaciones y gráficas). Funciones. Dominios y recorridos. Gráfica de una función. Funciones inyectivas, sobreyectivas, pares, impares y periódicas. Funciones crecientes y decrecientes. Álgebra de funciones. Composición de funciones y función inversa. Funciones polinomiales, racionales y algebraicas. Funciones definidas a trozos, función parte entera y función valor absoluto. Funciones trigonométricas. Funciones exponencial y logarítmica. Inversas de las funciones trigonométricas.

2. Límites y continuidad

- Concepto y definición de límite. Propiedades de los límites. Teorema del emparedado. Límites laterales. Límites al infinito. Límites infinitos. Asíntotas. Continuidad. Diferentes tipos de discontinuidad. Álgebra de funciones continuas. Valores extremos y acotación de funciones continuas definidas en intervalos cerrados. Teorema del valor intermedio.

3. Derivación

- Tangentes, velocidades y otras razones de cambio. Definición de derivada. Interpretación de la derivada como la pendiente de una tangente y como una razón de cambio. La derivada como una función. Relación entre diferenciabilidad y continuidad. Teoremas sobre derivación: regla del producto y regla del cociente. Derivación de funciones algebraicas. Derivación de funciones trigonométricas. Regla de la cadena. Derivación implícita. Derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas. Derivación logarítmica. Derivadas de las funciones trigonométricas inversas. Derivadas de orden superior. Antiderivadas.

4. Aplicaciones de las derivadas.

- Crecimiento, concavidad, puntos de inflexión, máximos y mínimos locales y globales. Criterios de la primera y segunda derivada. Trazado de curvas. Teoremas de Rolle y del valor medio. Formas indeterminadas y regla de L'Hopital. Problemas de razón de cambio y de valores extremos.

Cálculo integral

1. La integral

- Antiderivadas o primitivas. Problemas de condiciones iniciales. Integral indefinida. Notación sumatoria, propiedades. Introducción al área. Sumas de Riemann y la integral definida. Propiedades de la integral definida. Función integrable. Teorema del valor medio, primer y segundo teorema fundamental del cálculo.

2. Métodos de integración

- Integración por sustitución. Integración por partes. Integración de funciones trigonométricas. Algunas sustituciones trigonométricas. Fracciones parciales. Integrales impropias. Integración numérica, reglas de Simpson y del trapecio.

3. Aplicaciones de la integral

- Área entre dos curvas. Volúmenes de sólidos de sección transversal conocida. Volúmenes de sólidos de revolución; discos, arandelas y cortezas cilíndricas. Longitud de arco y área de una superficie de revolución. Momentos y centros de masa. Teoremas de Pappus. Trabajo.

4. Coordenadas polares

- Sistema de coordenadas polares. Gráfica de una ecuación polar. Área y longitud de arco en coordenadas polares.

5. Sucesiones y series

- Sucesiones de números reales, sucesiones de Cauchy, convergencia. Series infinitas y convergencia, series armónicas, telescópicas y geométricas. Criterios de convergencia de series de términos no negativos: criterio de la integral, de comparación, de la raíz n -ésima y del cociente. Series alternantes, convergencia absoluta y condicional. Series de potencias. Series de Taylor y de Maclaurin.

Cálculo vectorial

1. Cálculo diferencial de funciones escalares de varias variables

- Superficies cuádricas y cilíndricas. Funciones escalares de varias variables. Límites y continuidad. Derivadas parciales, diferenciabilidad, planos tangentes. Regla de la cadena. Las derivadas direccionales y el vector gradiente. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Taylor. Valores máximos y mínimos. Matriz hessiana. Criterio de la segunda derivada para campos escalares de dos variables. Multiplicadores de Lagrange.

2. Integración múltiple

- Integrales dobles sobre rectángulos. Integrales iteradas. Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones generales. Integrales dobles en coordenadas polares. Aplicaciones de las integrales dobles. Integrales triples. Coordenadas cilíndricas y esféricas. Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas. Cambio de variables en las integrales múltiples. Aplicaciones de las integrales triples.

3. Elementos de cálculo vectorial

- Funciones vectoriales y curvas en el espacio. Derivadas e integrales de funciones vectoriales. Longitud de arco e integral escalar de línea. Campos vectoriales. Integrales de línea. El teorema fundamental de las integrales de línea. Concepto de trabajo como una integral de línea. Superficies paramétricas. Área de una superficie. Integrales sobre superficies. Teorema de Green. La divergencia de un campo vectorial. Teorema de la divergencia de Gauss. El rotacional de un campo vectorial. Teorema de Stokes.

Ecuaciones diferenciales

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

- Definiciones, clasificación, ejemplos. Variables separables. Ecuaciones homogéneas. Ecuaciones exactas. Factor integrante. Ecuaciones lineales. Ecuación de Bernoulli, Ricatti y Clairaut. Sustituciones diversas.
- Aplicaciones (mezclas, trayectorias ortogonales, circuito y otras).
- Teorema de existencia y unicidad. Análisis cualitativo: campo de pendientes, ecuaciones autónomas, puntos de equilibrio, línea de fase. Método de Euler, método de Runge-Kutta.

2. Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de orden n

- Teoría básica de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas. Independencia y dependencia lineal. Wronskiano. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes.
- Ecuaciones no homogéneas. Método de coeficientes indeterminados, anuladores. Variación de parámetros. El principio de superposición.
- Aplicaciones (oscilador masa-resorte, circuitos, otras). Métodos numéricos.

3. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales

- Teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes. La matriz fundamental.
- Sistemas lineales no homogéneos. Análisis cualitativo para sistemas de ecuaciones. Plano fase, soluciones de equilibrio. Aplicaciones.

4. Transformada de Laplace

- Introducción. Definición. Propiedades. Teoremas de traslación. Teoremas. Transformada inversa de Laplace. Transformada de funciones discontinuas y periódicas. Convolución. Impulsos y la función delta de Dirac. Solución de problemas con valores iniciales y sistemas de ecuaciones diferenciales.

5. Solución de ecuaciones diferenciales mediante series

- Punto ordinario, punto singular. Solución de ecuaciones diferenciales mediante series de potencias. Ecuación de Legendre, ecuación de Bessel.

Variable compleja

1. Introducción

- Números complejos, módulo, conjugado, representación polar (forma trigonométrica y exponencial), teorema de Moivre, raíces n -ésimas de un complejo, subconjuntos del plano complejo (abierto, cerrado, compacto, conexo).

2. Funciones analíticas

- Límites y continuidad. Derivada compleja, definición de función analítica, reglas de diferenciación, ecuaciones de Cauchy-Riemann, consecuencias de las ecuaciones de Cauchy-Riemann, funciones analíticas básicas: función exponencial, funciones trigonométricas, ramas de las funciones inversas, ramas de la raíz p -ésima, ramas de la función logaritmo, ramas de la función potencia, series de potencias, diferenciabilidad y unicidad de series de potencias.

3. Teorema de Cauchy y consecuencias

- Trayectorias en el plano complejo, integrales de línea complejas, propiedades de las integrales de línea, primitivas, versión local del Teorema de Cauchy, fórmula integral de Cauchy, consecuencias de la fórmula integral de Cauchy: analiticidad de las derivadas, principio del máximo, lema de Schwarz, existencia de ramas del logaritmo.

4. Sucesiones y series de funciones analíticas

- Convergencia uniforme y convergencia normal (convergencia uniforme en compactos), series de funciones analíticas, Series de Taylor y de Laurent, ceros de funciones analíticas. Teorema del factor para funciones analíticas, principio de identidad de funciones analíticas, singularidades aisladas, clasificación de las singularidades aisladas, funciones meromorfas, teorema de Casorati-Weierstrass.

5. Teorema del residuo y consecuencias

- Teorema del residuo, evaluación de integrales usando el Teorema del residuo, principio del argumento, Teorema de Rouché, comportamiento local de las funciones analíticas, teorema de la función abierta, teorema de la función inversa.

6. Introducción a las transformaciones conformes

- Equivalencia conforme, transformaciones de Möbius, automorfismos del disco unitario y del semiplano superior, razón cruzada, teorema de la aplicación conforme de Riemann.