GEOMETRÍA RIEMANNIANA - 2019108

Para ver este curso, se necesitan conocimientos de las asignaturas: Geometría Diferencial 1, Topología General.

Descripción

La geometría de Riemann surge históricamente como un intento de generalizar la geometría diferencial de curvas y superficies en el espacio euclídeo, cuyo carácter intrínseco viene dado por la primera forma fundamental. Fue Riemann quien se ocupó de esta tarea asociando a cada punto una forma cuadrática que hace el papel de dicha forma fundamental para superficies dando origen a lo que hoy conocemos como métricas de Riemann. Así, la asignatura a estudiar es la generalización natural a dimensión arbitraria de los conceptos estudiados en la asignatura "Geometría Diferencial 1".

Metodología. La modalidad de cursos magistrales consiste de un sistema integrado de clases, talleres y asesorías. El curso consiste de dos clases teóricas a la semana dirigidas por el profesor.

Contenido.

(1) **Métricas Riemannianas:** Preliminares. Tensor métrico. Existencia de métricas de Riemann. Ejemplos. Conexiones afines, transporte paralelo. La conexión de Levi Civita. Derivación de campos de tensores. Divergencia de un campo. Gradiente, Hessiano. Operador de Laplace-Beltrami.

(2) **Distancia Riemanniana:** Geodésicas. El flujo geodésico. Propiedades minimizantes de las geodésicas. Aplicación exponencial y entornos convexos. Distancia asociada a la métrica de Riemann. Completitud geodésica. Teorema de Hopf-Rinow. Principio Variacional.

(3) **Curvatura y Campos de Jacobi:** Tensor curvatura. Propiedades. Curvatura seccional, de Ricci y escalar. Cálculos de la curvatura. Identidades de Bianchi. Campos de Jacobi. Puntos conjugados. Teorema de Hadamard.

(4) **Inmersiones Isométricas:** Embebimientos isométricos. Subvariedades. Hipersuperficies. Ejemplos. Campos tangentes y campos normales. La conexión inducida. La segunda forma fundamental. La ecuación de Gauss. Endomorfismo de Weingarten. Fórmula de Weingarten. Hipersuperficies totalmente geodésicas e hipersuperficies totalmente umbilicales. Hipersuperficies minimales.

(5) **Temas Adicionales:** Dependiendo del tiempo y de los intereses de los participantes se cubren algunos de los siguientes temas.
- **Fórmulas de variación de la energía:** Teorema de Myers. Teorema de Synge.
- **Espacios de curvatura constante:** Teorema de Cartan. Determinación de la métrica por medio de la curvatura. Espacio de formas. Isometría del espacio hiperbólico. Teorema de Liouville.
- **El teorema de la esfera.**

Evaluación. Mínimo dos parciales escritos con un porcentaje total del 60%. El 40% restante se evalúa con exposiciones, talleres o quices.

Bibliografía.

(1) M.P. do Carmo; *Riemannian Geometry.* Mathematics: Theory and Applications, Birkhäuser Basel, 1992.

(2) W.M. Boothby; *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry.* Pure Appl. Math., 120. Academic Press, Florida, 1986.

(3) B. O'Neill; *Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity.* Pure Appl. Math., 103. Academic Press, New York-London, 1983.

(4) I. Chavel; *Riemannian geometry, a modern introduction.* Cambridge Tracts in Mathematics, 108. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.

(5) John M. Lee; *Riemannian geometry, an introduction to curvature.* Graduate Texts in Mathematics, 176. Springer-Verlag, New York, 1997.