VARIEDADES DIFERENCIABLES I - 2019099

Para ver este curso, se necesitan conocimientos de las asignaturas: Álgebra lineal, Topología General, Análisis Vectorial.

Descripción

Las variedades diferenciales son análogos en dimensión superior de las curvas y las superficies, y son definidas como espacios topológicos localmente homeomorfos a conjuntos abiertos en $\mathbb{R}^n$ con una estructura diferencial adicional. A partir de esta definición se tienen propiedades y estructuras geométricas intrínsecas de estos espacios, tales como: vectores tangentes, flujos, orientación, formas diferenciales, integración, entre otros. De estos objetos geométricos también se obtiene el cálculo de Cartan usando la derivada exterior (que generaliza los operadores gradiente, divergencia y rotacional), contracciones (evaluaciones) y derivada de Lie (que extiende la idea de derivada direccional). Estos operadores geométricos en variedades permiten introducir otras estructuras diferenciales que originan nuevos conceptos geométricos tales como estructuras métricas, estructuras de Poisson, espacios fibrados, simetrías, teoría de Lie generalizada, por citar algunas.

Metodología. La modalidad de cursos magistrales consiste de un sistema integrado de clases, talleres y asesorías. El curso consiste de dos clases teóricas a la semana dirigidas por el profesor.

Contenido.

(1) **Definiciones básicas:** Estructura diferencial y atlas. Primeros ejemplos de variedades y funciones diferenciables. Partición de la unidad. Espacio tangente y diferencial de funciones suaves. Fibrado tangente y cotangente.

(2) **Subvariedades y submersiones:** Inmersiones, submersiones y sus formas locales. Lema de Sard y transversalidad. Teorema de Whitney.

(3) **Campos vectoriales:** Campos vectoriales, flujos. Corchete de Lie y derivada de Lie de campos vectoriales. Distribuciones geométricas, foliaciones y Teorema de Frobenius.

(4) **Formas diferenciales:** Álgebra exterior y formas diferenciales. Fórmulas de Cartan, derivada exterior, contracción y derivada de Lie. Orientación y Teorema de Stokes. Introducción a cohomología.

(5) **Temas Adicionales:** Dependiendo del tiempo y de los intereses de los participantes se cubren algunos de los siguientes temas

- **Cohomología de De Rham:** Formas exactas y cerradas, grupos de cohomología. Lema de Poincaré. Sucesión de Mayer-Vietoris. Invarianza homotópica.
- **Fibrados principales y conexiones:** Espacios fibrados y fibrados principales, curvatura, grupos y álgebras de Lie, conexiones de Ehresman.
- **Introducción a la Geometría Simpléctica y de Poisson:** Formas locales, teoremas de Darboux y Darboux-Weisntein. Vecindades Lagrangianas. Aplicaciones momento y reducción. Variedades Kähler.
- **Introducción a la teoría de grupoides y algebroides:** Ejemplos básicos, integración, estructuras de Poisson relacionadas, equivalencia Morita.

Evaluación. Mínimo dos parciales escritos con un porcentaje total del 60%. El 40% restante se evalúa con exposiciones, talleres o quices.

Bibliografía

(1) J.M. Lee, *Introduction to smooth manifolds*, 2nd Edition, Graduate texts in mathematics **218**, Springer, 2013.

(2) S. Morita, *Geometry of differential forms*, Translation of mathematical monographs **201**, AMS 2001.

(3) M. Spivak, *A comprehensive introduction to differential geometry, vol. I*, Publish or Perich Inc. Berkeley, 1979.

(4) L.W. Tu, *An introduction to manifolds*, Springer, 2008.

(5) F. Warner, *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*, Springer-Verlag, 1983.

Bibliografía adicional.

- A. Cannas da Silva, A. Weinstein, *Geometric Models for Noncommutative Algebras*, Berkeley Mathematics Lecture Notes series, Amer. Math. Soc., Providence, 1999.
- J.M. Lee, *Introduction to topological manifolds*, Graduate texts in mathematics **202**, Springer, 2011.
- I. Moerdijk, J. Mrcun, *Introduction to Foliations and Lie Groupoids*, volume 91 Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, 2003.
- J.P. Ortega, T.S. Ratiu, *Momentum maps and Hamiltonian reduction*, volume 222 of Progress in Mathematics. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 2004.