

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá
 Departamento de Matemáticas
 Matemáticas Básicas - **Precálculo** - Grupos 1 al 9.
 Facultades de Ciencias, Ingeniería, Agronomía y el programa de Zootecnia
 Coordinación: Jeanneth Galeano

Taller 7. Tema: Funciones

I. Encuentre el dominio de cada una de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
 f(x) = \sqrt{-x} & g(x) = \frac{x}{\lceil x \rceil} & h(x) = \sqrt{5 - \sqrt{x}} & m(x) = \ln x \\
 k(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} & l(x) = \sqrt{\frac{1-2x}{3}} & j(x) = \frac{1}{(2x+3)^2} & n(x) = 2^x
 \end{array}$$

II. Considere las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
 f(x) = x^2 & g(x) = \ln x & h(x) = -2x^2 + 5x + 3 & j(x) = |x| + x \\
 k(x) = \frac{1}{x} & l(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \leq -1 \\ 1 & \text{si } |x| < 1 \\ 0 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} & m(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} & n(x) = e^x
 \end{array}$$

- Encuentre el dominio e imagen de cada función.
- Haga la gráfica de cada una de ellas.
- Determine cuáles son inyectivas o uno a uno.
- Determine cuáles son pares y cuáles son impares.
- Defina y encuentre el dominio de:

$$1) f - k \quad 2) jk \quad 3) h + j \quad 4) \frac{h}{g} \quad 5) \frac{m}{j} \quad 6) \frac{f}{h} \quad 7) \frac{k}{h}$$

III. Utilizando las gráficas de la parte b) del punto II. haga las siguientes gráficas:

$$\begin{array}{llll}
 1) y = f(x) - 3; & y = f(x) + 3; & y = f(x - 3); & y = f(x + 3); \\
 & y = f(3x); & y = f\left(\frac{1}{3}x\right) & \\
 2) y = g(x) - 1; & y = g(x) + 1; & y = g(x - 1); & y = g(x + 1); \\
 & y = g(2x); & y = g\left(\frac{1}{2}x\right) & \\
 3) y = n(x + 2); & y = n(2x); & y = 2n(x); & y = n(x) + 2; \\
 & y = -n(x); & y = n(-x). & \\
 4) y = k(2x); & y = k(-3x); & y = k(x) + 1. &
 \end{array}$$

IV. Considere una función arbitraria F y una constante positiva c . Observe las gráficas obtenidas en III y recuerde lo estudiado en relaciones para describir la forma de obtener las gráficas de las siguientes funciones:

- $y = F(x + c)$.
- $y = F(x - c)$.
- $y = F(x) + c$.
- $y = F(x) - c$.
- $y = cF(x)$.
- $y = -cF(x)$.
- $y = F(cx)$ con $c > 1$.
- $y = F(cx)$ con $0 < c < 1$.

V. Si f es par y g es impar, qué puede decir de $f + g$, fg , $f \circ g$, $g \circ f$? Y si f y g son pares? Y si f y g son impares? Haga una tabla para organizar la información.

VI. Considere las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 1 & g(x) &= |x| + x & h(x) &= -2x^2 + 5x + 3 & j(x) &= \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ n(x) &= \sqrt{x} & k(x) &= \frac{1}{x} & m(x) &= \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} & l(x) &= 2 + \ln(x) \end{aligned}$$

a) Encuentre el dominio e imagen de cada función.

b) Defina y encuentre el dominio de:

$$\begin{array}{ccccc} a) n \circ k & c) g \circ k & e) k \circ m & g) f \circ n & i) l \circ h \\ b) k \circ n & d) n \circ h & f) n \circ f & h) n \circ l & j) l \circ f \end{array}$$

VII. a) Expresar el área A y el perímetro P de un triángulo equilátero como funciones de la longitud l de un lado.

b) Expresar la longitud l del lado de un cuadrado y su área A como funciones de la longitud d de su diagonal

c) Expresar el área de la superficie de un cubo A y su volumen V como funciones de la longitud de su arista l .

VIII. El costo del parqueadero en un centro comercial depende del tiempo t que el auto permanezca en él. Por las primeras dos horas o fracción su costo es de \$2.500 y por cada cada cuarto de hora o fracción adicional \$500 más. El cobro máximo diario es de \$12.000. Represente en un plano cartesiano la función costo $C(t)$.

IX. La producción de manzanas de cada árbol en un huerto es de $(500 - 5x)$ kilos, en donde x es la densidad con la que se plantan los árboles, es decir, el número de árboles por hectárea. Determine el valor de x que hace que la producción total por hectárea sea máxima.

X. El héroe de una popular historia de espías ha escapado del cuartel general de una banda internacional de contrabandistas de diamantes en la pequeña región mediterránea de Azusa. Nuestro héroe huye conduciendo un camión de leche, a una velocidad de 72 km por hora. Cuarenta minutos después los traficantes comienzan a perseguirlo en un Ferrari, a 168 km por hora. La distancia desde el cuartel general de los contrabandistas a la frontera, y a la libertad, es de 83,8 km. Escapará nuestro héroe de la banda? Si lo hace, con qué ventaja cruzará la frontera?

XI. En condiciones ideales, se sabe que cierta población de bacterias se duplica cada tres horas. Suponga que primero hay 100 bacterias.

a) Cuál es el tamaño de la población después de 15 horas?

b) Cuál es el tamaño de la población después de t horas?

c) Se puede afirmar que después de 20 horas el número de bacterias está entre 6.000 y 13.000?

d) Estime el tiempo para que la población llegue hasta 50.000 bacterias.

XII. La vida media de un isótopo de sodio es de 15 horas. Esto significa que cualquier cantidad de este isótopo se reduce a la mitad al cabo de 15 horas. Una muestra tiene una masa de 2 gramos.

a) Encuentre la cantidad que queda después de 60 horas.

b) Halle cuánto queda después de t horas.

c) Estime la cantidad que queda después de 4 días.

d) Estime el tiempo requerido para que la masa se reduzca a 0,01 gramos.