

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá
 Departamento de Matemáticas
 Matemáticas Básicas - **Precálculo** - Grupos 1 al 9.
 Facultades de Ciencias, Ingeniería, Agronomía y el programa de Zootecnia
 Coordinación: Jeanneth Galeano
Solucionario - Taller 7

Colaboración: Omar Palacios.

I. Dom $f : (-\infty, 0]$ Dom $g : \mathbb{R} - [0, 1)$ Dom $h : [0, 25]$ Dom $m : (0, \infty)$
 Dom $k : (-\infty, -1] \cup (1, \infty)$ Dom $l : (-\infty, \frac{1}{2}]$ Dom $j : \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}\}$ Dom $n : \mathbb{R}$.

II. a) b) c) y d)

Dom $f : \mathbb{R}$, Im $f : [0, \infty)$ no inyectiva, si par, no impar.

Dom $g : (0, \infty)$, Im $g : \mathbb{R}$ si inyectiva, no par, no impar.

Dom $h : \mathbb{R}$, Im $h : (-\infty, \frac{49}{8}]$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $j : \mathbb{R}$, Im $j : [0, \infty)$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $k : \mathbb{R} - \{0\}$, Im $k : \mathbb{R} - \{0\}$ si inyectiva, no par, si impar.

Dom $l : \mathbb{R}$, Im $l : (-\infty, 1]$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $m : \mathbb{R}$, Im $m : \{-1, 0, 1\}$ no inyectiva, no par, si impar.

Dom $n : \mathbb{R}$, Im $n : (0, \infty)$ si inyectiva, no par, no impar.

e) 1) $(f - k)(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ dominio $\mathbb{R} - \{0\}$

2) $(j \times k)(x) = \frac{|x|}{x} + 1$ dominio $\mathbb{R} - \{0\}$

3) $(h + j)(x) = -2x^2 + 6x + 3 + |x|$ dominio \mathbb{R}

4) $\frac{h}{g}(x) = \frac{-2x^2 + 5x + 3}{\ln x}$ dominio $(0, \infty) - \{1\}$

5) $\frac{m}{j}(x) = \frac{1}{2x}$ dominio $(0, \infty)$

6) $\frac{f}{h}(x) = \frac{x^2}{-2x^2 + 5x + 3}$ dominio $\mathbb{R} - \{3, -\frac{1}{2}\}$

7) $\frac{k}{n}(x) = \frac{1}{-2x^3 + 5x^2 + 3x}$ dominio $\mathbb{R} - \{0, 3, -\frac{1}{2}\}$

III y IV En general, dada la gráfica de $y = F(x)$ y c una constante positiva, las demás se construyen así:

a) $y = F(x + c)$ desplazamiento a la izquierda c unidades

b) $y = F(x - c)$ desplazamiento a la derecha c unidades

c) $y = F(x) + c$ desplazamiento hacia arriba c unidades

d) $y = F(x) - c$ desplazamiento hacia abajo c unidades

e) $y = cF(x)$ alargamiento ($c > 1$) o compresión ($0 < c < 1$) c unidades en forma vertical

w) (Adicional al taller) $y = -F(x)$ reflexión con respecto al eje x .

z) (Adicional al taller) $y = F(-x)$ reflexión con respecto al eje y .

f) $y = -cF(x)$ alargamiento ($c > 1$) o compresión ($0 < c < 1$) c unidades en forma vertical y además reflexión con respecto al eje x .

g) $y = F(cx)$ con $c > 1$ compresión c unidades horizontalmente.

h) $y = F(cx)$ con $0 < c < 1$ alargamiento c unidades horizontalmente.

	f par y g impar	f par y g par	f impar y g impar
$f + g$	no par, no impar	par	impar
$f \times g$	impar	par	par
$f \circ g$	par	par	impar
$g \circ f$	par	par	impar

- VI. a) Dom $f : \mathbb{R}$, Im $f : [1, \infty)$. Dom $g : \mathbb{R}$, Im $g : [0, \infty)$.
 Dom $h : \mathbb{R}$, Im $h : (-\infty, \frac{49}{8}]$. Dom $j : \mathbb{R}$, Im $j : (0, \infty)$.
 Dom $n : [0, \infty)$, Im $n : [0, \infty)$ Dom $k : \mathbb{R} - \{0\}$, Im $k : \mathbb{R} - \{0\}$.
 Dom $m : \mathbb{R}$, Im $m : \{-1, 0, 1\}$. Dom $l : (0, \infty)$, Im $l : \mathbb{R}$.

- b) $(n \circ k)(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$ dominio: $(0, \infty)$.
 $(k \circ n)(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ dominio: $(0, \infty)$.
 $(g \circ k)(x) = \left| \frac{1}{x} \right| + \frac{1}{x}$ dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.
 $(n \circ h)(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x + 3}$ dominio: $[-\frac{1}{2}, 3]$
 $(k \circ m)(x) = \frac{|x|}{x}$ dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.
 $(n \circ f)(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ dominio: \mathbb{R} .
 $(f \circ n)(x) = x + 1$ dominio: $[0, \infty)$
 $(n \circ l)(x) = \sqrt{2 + \ln x}$ dominio: $[e^{-2}, \infty)$
 $(l \circ h)(x) = 2 + \ln(-2x^2 + 5x + 3)$ dominio: $(-\frac{1}{2}, 3)$
 $(l \circ f)(x) = 2 + \ln(x^2 + 1)$ dominio: \mathbb{R} .

VII. a) $A = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$ $P = 3l$ b) $l = \frac{d}{\sqrt{2}}$ $A = \frac{d^2}{2}$ c) $V = l^3$ $S = 6l^2$.

VIII. Constante de valor 2,500 de 0 a 2, luego escalonada por intervalos de $\frac{1}{4}$ aumentando el valor en 500 cada escalón hasta llegar a $6 + \frac{3}{4}$ donde vale 12,000 y constante de allí hasta 24.

IX. $x = 50$. X. Sí escapa con una ventaja de 5,8 segundos.

XI. a) 3,200 b) $B(t) = 100(2)^{t/3}$ c) Si d) Poco menos de 27 horas. ($t = 3 \log_2 500$).

XII. a) $\frac{1}{8}$ de gramo. b) $2 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/15}$ c) $2 \left(\frac{1}{2}\right)^{32/5} \simeq 0,02$ gramos d) 4 días y 15 horas aprox.