

Taller 5. Tema: Plano cartesiano, rectas y circunferencias.

El tema del taller corresponde a los capítulos 9 y 10, y a la sección 11.1 del texto guía; un buen complemento a este son los ejercicios de dichas secciones que son muy variados y complementan el taller. Recuerde que en la página de la materia encuentra el solucionario de los ejercicios del libro.

- I. Determine si los puntos $A(-7, 2)$, $B(3, -4)$ y $C(1, 4)$ son los vértices de un triángulo isósceles.
- II. En cada caso encuentre la ecuación de la recta correspondiente.
 - a) Pasa por el origen y bisecta el ángulo entre los ejes en el primero y tercer cuadrantes.
 - b) Pasa por $(-3, 4)$ y es paralela al eje y .
 - c) Pasa por el punto de corte de las rectas $3x - 2y = 3$ y $2x - 5y = 2$ y es perpendicular a $3x - 7y = 6$.
- III. Encuentre el valor de k para que las rectas $3kx + 8y = 5$ y $6y - 4kx = -1$ sean perpendiculares.
- IV. Encuentre la distancia del punto $(1, 1)$ a la recta $3x - 5y = 0$.
- V. Si un extremo de un segmento rectilíneo es el punto $(-4, 2)$ y el punto medio es $(3, -1)$, encuentre las coordenadas del otro extremo del segmento.
- VI. Demuestre por el cálculo de pendientes que los puntos $(3, 1)$, $(6, 0)$ y $(4, 4)$ son los vértices de un triángulo rectángulo. Encuentre el área de este triángulo.
- VII. Construya el plano FC (similar al plano XY) y haga la gráfica de la ecuación $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Esta ecuación relaciona las escalas de temperatura Fahrenheit y Celsius. En el mismo plano haga la gráfica de la recta $C = F$. ¿Existe alguna temperatura a la cual un termómetro en grados Celsius dé la misma lectura numérica que un termómetro en grados Fahrenheit? Si existe, encuentre ese valor.
- VIII. La presión p experimentada bajo el agua por un buzo depende de la profundidad d a la que se encuentre, de acuerdo con la fórmula $p = kd + 1$ (con k una constante). En la superficie la presión es de 1 atmósfera. La presión a 100 metros de profundidad es de 10,94 atmósferas. Encuentre la presión a 50 metros de profundidad.
- IX. En cada literal grafique sobre el mismo plano cartesiano los conjuntos dados. Ayudado por la gráfica encuentre el conjunto solución de la inequación dada.
 - a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = |3 + 2x|\}$ y $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = |4 - x|\}$ $|3 + 2x| \leq |4 - x|$.
 - b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = |9 - 2x|\}$ y $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = |4x|\}$ $|9 - 2x| > |4x|$.

X. Encuentre en cada caso la ecuación de la circunferencia que satisface las condiciones dadas. Haga la gráfica.

a) Tiene como extremos de un diámetro los puntos $(-2, 3)$ y $(4, -1)$.

b) Con centro en $(2, 1)$ y pasa por $(3, 4)$.

c) Con centro en $(2, 3)$ y radio 5.

d) Con centro en el punto medio del segmento que une a $(-3, 5)$ con $(6, 2)$ y radio 3 veces la distancia entre estos puntos.

XI. En los siguientes casos, determine si la ecuación dada representa una circunferencia y, en caso afirmativo, encuentre el centro y el radio. Haga la gráfica.

a) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$.

c) $x^2 + y^2 + 3x - 5y - \frac{1}{2} = 0$.

d) $3x^2 + 3y^2 - 12x + 18y = 36$.

e) $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 34 = 0$.

XII. La ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une los puntos $(3, -2)$ y $(5, 4)$ es

A. $x^2 + y^2 - 8x - 2y = 0$ B. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 9 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$

XIII. Considere los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ -3x - 9y = 18 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 12x + 15y = -18 \\ 2x + \frac{5}{2}y = -3 \end{cases}$

Determine si tienen solución única, infinitas soluciones o no tienen solución. Use en los tres ejercicios método de sustitución, método de eliminación y método gráfico (compare los resultados obtenidos por cada método).

XIV. La suma de dos números es 165 y su diferencia 91. ¿Cuáles son los números?

XV. En un laboratorio se deben mezclar dos soluciones salinas una al 15% y otra al 12% para obtener un litro de solución al 14%. ¿Qué cantidad de cada una de ellas se debe mezclar?

XVI. Una persona invierte cinco millones de pesos en una entidad bancaria durante un año. Una parte se invierte al 8% y otra en una cuenta de ahorros al 3%. Recibe al finalizar el año 330.000 pesos de intereses. ¿Cuánto se invirtió en la cuenta de ahorros?