

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá
Departamento de Matemáticas
Matemáticas Básicas - **Precálculo** - Grupos 1 al 9.
Facultades de Ciencias, Ingeniería, Agronomía y el programa de Zootecnia
Coordinación: Jeanneth Galeano

Taller 2. Tema: Ecuaciones e inecuaciones

El tema del taller corresponde a los capítulos 4 y 5 del texto guía del curso. No olvide leer los ejemplos y problemas resueltos en las secciones de: Porcentajes; Razones y proporciones; Variación Directa e Inversa; Regla de Tres y Ecuaciones Cuadráticas del capítulo 4; y las secciones del capítulo 5 sobre diferentes clases de inecuaciones.

Un buen complemento a este taller son los siguientes ejercicios del texto:

- Ejercicios 4.1 (p. 129); 4.2 (p. 141); 4.3 (p. 142); 4.4 (p. 150); 4.5 (p. 160);
- Ejercicios 5.1 (p. 169); 5.2 (p. 170); 5.3 (p. 178); 5.4 (p. 179); 5.5 y 5.6 (p. 180);
- Ejemplos-ejercicios 5.12 (p. 182) y 5.13 (p. 185);
- Ejercicios 5.7 (p. 186); 5.9 (p. 191)

Les recordamos que para una mejor comprensión del tema, los ejercicios del texto deben hacerse a medida que aparecen en la lectura.

I. ECUACIONES LINEALES O REDUCIBLES A LINEALES

Resolver la ecuación y comprobar la solución:

1. $\frac{7+2(x+1)}{3} = \frac{6x}{5}$
2. $(3x - 1)^2 - (5x - 3)^2 = -(4x - 2)^2$
3. $\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{3}{x+1}$
4. $6 - \sqrt{2x + 5} = 0$

II. ECUACIONES CUADRÁTICAS O REDUCIBLES A CUADRÁTICAS

Resolver la ecuación por factorización o usando la fórmula y comprobar las soluciones:

1. $w^2 - 2\sqrt{2}w = -2$
2. $3(x + 1)^2 = (x + 4)^2 - 12$
3. $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$
4. $\frac{x-1}{x+3} + \frac{x-2}{x+1} = 1$

III. APLICACIONES

Plantear y resolver los siguientes problemas:

A. Ecuaciones lineales:

1. Un alambre de $21m$ se divide en dos partes, de tal modo que la longitud de una de ellas es las tres cuartas partes de la longitud de la otra. Hallar la longitud de cada parte.
2. Encontrar tres números pares consecutivos cuya suma sea igual a 36.
3. El ingreso mensual total de una guardería obtenido del cuidado de x niños está dado por: $I = 450x$, y sus costos mensuales totales están dados por: $C = 380x + 3500$. ¿Cuántos niños se necesitan para llegar al equilibrio, es decir, para que los ingresos sean iguales a los costos ?

- ¿Cuántos litros de agua se deben agregar a 6 litros de una solución de sal al 8% y agua para producir otra solución al 5% de sal?
- Juan y Pedro trabajando juntos pueden levantar un muro en 8 horas. Si Juan trabaja solo tarda 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardará Pedro solo en levantarlo?

B. Ecuaciones Cuadráticas:

- Encontrar dos números cuya suma sea 32 y producto 255.
- El largo de un rectángulo es 5 metros mayor que su ancho y el área es 150 m^2 , ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- Un cateto de un triángulo rectángulo es 17 cm mayor que el otro, y la hipotenusa mide 25 cm. Calcular las longitudes de los dos catetos.
- Un fabricante de hornos microondas sabe que la ganancia G (en dólares) generada por la producción de x hornos por semana está dada por la fórmula $G = \frac{1}{10}x(300 - x)$ siempre y cuando $0 \leq x \leq 200$. ¿Cuántos hornos debe fabricar en una semana para generar una ganancia de 1250 dólares?
- La altura h alcanzada por un objeto que se lanza hacia arriba con una velocidad inicial v_0 después de t segundos del lanzamiento viene dada por la fórmula $h = -16t^2 + v_0t$ donde h viene dada en pies. Si se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 40 *pies/s*, determine cuándo alcanza la pelota una altura de 24 pies y cuándo llega al suelo.

IV. DESIGUALDADES

Encontrar el conjunto solución de la inecuación y expresarlo usando intervalos.

- | | |
|---|---|
| 1. $4x < 2x + 1 \leq 3x + 2$ | 11. $\frac{3}{ 2x - 5 } \geq -4$ |
| 2. $\frac{3}{x+2} > \frac{1}{x-1}$ | 12. $\left \frac{3}{2x + 1} \right \geq 7$ |
| 3. $x^2 - 8x + 8 > 4 - 4x$ | 13. $\frac{2}{ 3x - 4 } < 1$ |
| 4. $x^3 > x$ | 14. $1 < 7x - 1 \leq 3$ |
| 5. $\frac{x^2 - x - 6}{x - 1} \leq 0$ | 15. $\left \frac{2x - 1}{4x - 3} \right \geq 1$ |
| 6. $\frac{(x - 3)(1 - 2x)}{x + 1} \geq 0$ | 16. $ x - 20 \leq 10$ |
| 7. $ 2x + 1 \leq 1$ | 17. $ 2x + 3 + 4 - x \leq x - 4 $ Indicación: en este ejercicio reflexione antes de trabajar demasiado. |
| 8. $ x - 3 > 7$ | |
| 9. $ 1 - 3x > 2$ | |
| 10. $ x^2 - x > 0$ | |

V. APLICACIONES

- La temperatura normal del cuerpo humano es de $98,6F$. Si una temperatura x que difiere de la normal por lo menos $1,5F$ es considerada no sana, escriba la condición para una temperatura no sana x como una desigualdad que involucre valor absoluto y luego resuelva la desigualdad para dar numéricamente los valores de una temperatura no sana.
- El voltaje normal en el país es de 115 voltios. Sin embargo no es raro que el voltaje real difiera del normal en 5 voltios cuando más. Expresar esta situación como una desigualdad y encuentre todos los posibles valores del voltaje real.

- El costo de un automóvil nuevo varía entre los distribuidores de acuerdo a la comisión cobrada que oscila entre el 12% y el 18%. Si el precio de fábrica de un automóvil es de 24 millones ¿en qué rango se encuentra el valor del automóvil en los distribuidores?
- Una botánica dispone para experimentación de una parcela rectangular de 20 por 50 metros. Ella desea aumentar el área añadiendo una misma cantidad de metros al ancho y al largo de modo que le resulte un terreno cuya área este entre 1800 y 2275 m^2 . ¿Cuánto debe agregar a cada lado?

VI. MISCELÁNEA

A. Determinar si las proposiciones son verdaderas o falsas y JUSTIFICAR

- $x = -2$ es una solución de la ecuación $x(6 + x) - 2(x + 1) - 5x = 4$.
- Las ecuaciones $\frac{1}{2}x^2 + 3 = x - 9$ y $x^2 + 6 = 2x - 18$ son equivalentes.
- Si $x = 1$ es una raíz de la ecuación $x^2 + kx - 2 = 0$, entonces la otra raíz es $x = 2$.
- $x = 3$ es la solución de la ecuación $\frac{9}{x-3} = \frac{3x}{x-3}$.
- $x^2 > x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- Si $x < y$ y $z \in \mathbb{R}$ entonces $xz < yz$.

B. Completar:

- La ecuación $kx^2 + 8x + 4 = 0$ tiene dos raíces iguales si $k = \text{-----}$
- Una ecuación cuadrática que tiene a $\frac{5}{6}$ y $\frac{-3}{2}$ como raíces es: -----
- Si $|x - 2| < 4$ entonces la expresión $|x + 3| + |2x - 13|$ sin usar valor absoluto es:-----
- Si $x < 0$, entonces $|-x| = \text{-----}$

C. Preguntas de selección múltiple con única respuesta.

- El conjunto solución de la inecuación: $\frac{3}{(x-1)^2} \geq 0$ es:
 - \mathbb{R}
 - $x > 1$
 - $\mathbb{R} - \{1\}$
 - $x \geq 1$
- La relación entre las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit está dada por $C = \frac{5}{9}(F - 32)$; si $20 \leq C \leq 30$ entonces F varía en el intervalo:
 - $[68, 86]$
 - $[\frac{-80}{9}, \frac{-10}{9}]$
 - $[-12, -2]$
 - $[4, 22]$
- El conjunto solución de la inecuación: $1 \leq |x| \leq 4$ es:
 - $[1, 4]$
 - $[-4, -1]$
 - $[-4, -1] \cup [1, 4]$
 - $[-4, 4]$
- El conjunto de números reales tales que: $\frac{|2x|}{2x} = 1$ es:
 - $[0, \infty)$
 - \mathbb{R}
 - \emptyset
 - $(0, \infty)$
- La solución de la ecuación: $|4x + 5| = 10$ es:
 - $[\frac{-15}{4}, \infty)$
 - $\{\frac{-15}{4}, \frac{5}{4}\}$
 - $[\frac{-15}{4}, \frac{5}{4}]$
 - $(-\infty, \frac{5}{4}]$

6. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{1}{x+1} > \frac{1}{2-x}$ es:

- a) $(-\infty, \frac{1}{2})$ b) $(\frac{1}{2}, \infty)$ c) $(-1, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$ d) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$

7. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{x^2 - 2x - 7}{2x - 1} \leq -1$ es:

- a) $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$ b) $(-\infty, -2\sqrt{2}] \cup (\frac{1}{2}, 2\sqrt{2}]$
c) $[-2\sqrt{2}, \frac{1}{2}) \cup (2\sqrt{2}, \infty)$ d) $[-2\sqrt{2}, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 2\sqrt{2}]$

8. El conjunto solución de la desigualdad $0 < (x^2 - 2x - 2) \leq 1$ es:

- a) ϕ b) $[1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}]$ c) $[-1, 1 - \sqrt{3}) \cup (1 + \sqrt{3}, 3]$
d) $(1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$