

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá
Departamento de Matemáticas
Matemáticas Básicas - **Precálculo** - Grupos 1 al 9.
(Facultades de Ciencias, Ingeniería, Agronomía y el programa de Zootecnia)
Coordinación: Jeanneth Galeano

Taller 1. Tema: Conjuntos y sistemas numéricos

Este taller contiene algunos ejercicios sobre los temas 1 y 2 del curso. Como complemento se sugiere resolver los ejercicios del texto guía: Curso de Matemáticas Básicas, de Ospina Pulido M., de la siguiente lista:

Capítulo 1: Ejercicios 1.1 al 1.8; Capítulo 2: ejercicios 2.1 al 2.14.

1. Sea U el conjunto de estudiantes de la U.N. Considere los siguientes subconjuntos de U :

A : mayores de 20 años, B : mujeres, C : de estratos 1,2 o 3.

Describa con palabras los siguientes conjuntos:

- | | | |
|------------------|----------------------|---------------------|
| a. $A' \cap C$ | e. $A' \cup C'$ | i. $A - B$ |
| b. $A \cup B$ | f. $(A \cup C)'$ | j. $(A - B) \cap C$ |
| c. $B' \cup C'$ | g. $A' \cap C'$ | k. $B \triangle C$ |
| d. $(A \cap C)'$ | h. $A \cap B \cap C$ | l. $A \triangle B$ |

Compare la descripción dada en c) y d) y la dada en f) y g) ¿Puede concluir algo?

2. Sean A y B conjuntos arbitrarios.

Complete el espacio con los símbolos \subseteq , \supseteq o nc (no son comparables) según sea el caso:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a. $A \text{ ---- } A \cap B$ | d. $A \text{ ---- } A - B$ |
| b. $A \text{ ---- } A \cup B$ | e. $A \text{ ---- } B - A$ |
| c. $A' \text{ ---- } A - B$ | f. $A' \text{ ---- } B - A$ |

3. En cada literal, haga un diagrama de Venn con tres conjuntos no vacíos A , B y C , que satisfagan simultáneamente las condiciones dadas:

- | | |
|--|---|
| a. $A \subset B$, $C \subset B$, $A \cap C = \phi$ | c. $A \subset B$, $C \not\subset B$, $A \cap C \neq \phi$ |
| b. $A \subset C$, $A \neq C$, $B \cap C = \phi$ | d. $A \subset (B \cap C)$, $B \subset C$, $C \neq B$, $A \neq C$ |

4. Sean A y B conjuntos arbitrarios. Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifique. (Note que las afirmaciones se refieren a cualquier par de conjuntos A y B). Para justificar su falsedad bastará entonces mostrar un caso particular en el que sea falsa la contención, igualdad o implicación dada. Para justificar la veracidad se hace necesario garantizar que es verdadero independientemente de cuales sean los conjuntos A y B)

- | | |
|-------------------------------|--|
| a. $B - A \subset A'$ | e. Si $A \subset B$ entonces $A' \subset B'$ |
| b. $B - A' = B \cap A$ | f. Si $A \subset B$ entonces $A - B = \phi$ |
| c. $(A \cap B)' = A' \cap B'$ | g. Si $A \subset B$ entonces $A \cap B = A$ |
| d. $A - B \subset A \cup B$ | h. Si $A \subset B$ entonces $A \cup B = B$ |

5. Considere el universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$ y los siguientes subconjuntos:

$$A = \{x \mid x \text{ es par}\}, \quad B = \{x \mid x \text{ es primo}\} \quad C = \{x \mid x \text{ es divisor de } 36\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ es múltiplo de } 4\}$$

Escriba por extensión y por comprensión los siguientes conjuntos:

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} & A' \cap C & \text{(c)} & B \cap D & \text{(e)} & A - D & \text{(g)} & A \triangle C \\ \text{(b)} & (A \cup B)' & \text{(d)} & A \cap C \cap D & \text{(f)} & B' - A & \text{(h)} & C - D'. \end{array}$$

6. A un curso de Matemáticas Básicas asistieron el jueves pasado 105 estudiantes, un buen número de ellos de la Facultad de Odontología. Había 53 mujeres, 30 de ellas estudiantes de Odontología. Al indagar sobre la edad de los asistentes se encontró que 68 eran menores de 20 años y de estos 25 mujeres; solo 12 de ellas estudiantes de Odontología. Además se sabe que hay 35 hombres menores de 20 años que NO estudian Odontología. Si entre los mayores de 20 años que NO estudian Odontología las mujeres duplican a los hombres, encuentre en el curso:

- La cantidad de estudiantes de Odontología.
- El número de mujeres menores de 20 años que no estudian Odontología.
- El número de hombres mayores de 20 años que estudian Odontología.
- La cantidad de hombres menores de 20 años.

7. Descomponga en factores primos los siguientes números:

$$18 \quad 120 \quad 143 \quad 224 \quad 510 \quad 588 \quad 836 \quad 1485 \quad 2783$$

8. Encuentre el mínimo común múltiplo (m.c.m.) y el máximo común divisor (m.c.d.) de los siguientes números: (expresélos como producto de potencias de primos)

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} & 18 \text{ y } 510 & \text{(c)} & 120 \text{ y } 1485 & \text{(e)} & 143 \text{ y } 588 & \text{(g)} & 18, 120 \text{ y } 224 \\ \text{(b)} & 143 \text{ y } 2783 & \text{(d)} & 224 \text{ y } 836 & \text{(f)} & 836 \text{ y } 1485 & \text{(h)} & 143, 1485 \text{ y } 2783. \end{array}$$

9. Realice las siguientes operaciones entre racionales sin utilizar calculadora. Simplifique antes de operar y, en sumas y restas calcule en mínimo común denominador para hacer la operación. Por último, simplifique al máximo el resultado.

$$\begin{array}{ll} \text{a.} & \frac{4}{35} + \frac{3}{10} - \frac{1}{12} \\ \text{b.} & \frac{5}{18} - \frac{16}{63} + \frac{1}{12} \\ \text{c.} & \frac{5}{18} \times \frac{3}{10} \\ \text{d.} & \frac{3}{4} \div \frac{3}{10} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{e.} & \frac{37}{180} - \frac{16}{1200} \\ \text{f.} & \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}\right) + \frac{5}{6} \\ \text{g.} & \frac{2}{5} - \left(-\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}\right) \end{array}$$

10. Expresé los siguientes números como un cociente de enteros.

- a. $1,\overline{25}$ d. 2,1 f. $3,\overline{3}$
b. $0,1\overline{46}$
c. $2,40\overline{315}$ e. 4,35 g. $1,21\overline{34}$

11. Escriba los siguientes racionales en su forma decimal periódica.

- a. $\frac{7}{8}$ b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{11}{15}$ d. $\frac{5}{7}$ e. $\frac{4}{11}$

12. Ordene los siguientes números de menor a mayor.

- $\frac{7}{8}$ 3,12 -1,24 $-\frac{13}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{145}{4}$ 36,251 0 -2,5 $-\frac{7}{8}$

13. Represente gráficamente y exprese utilizando notación de intervalos cada uno de los siguientes conjuntos.

- a. El conjunto de los números reales que distan 5 unidades de 4.
b. El conjunto de los números reales que distan menos de 3 unidades de -5.
c. El conjunto de los números reales que distan 2 unidades o menos de 0.
d. El conjunto de los números reales que distan 3 unidades o más de -1.
e. El conjunto de los números reales que distan $\frac{3}{2}$ de unidad de $\frac{-4}{5}$.

14. Calcule los siguientes valores absolutos.

- a. $|3 - \sqrt{5}|$ b. $\left| \frac{7}{11} - 0,6\overline{3} \right|$ c. $|\pi - 4|$ d. $|6,28 - 2\pi|$

15. Encuentre dos ejemplos en que se vea que para algunos valores reales de a y b se tiene que $|a + b| \neq |a| + |b|$. ¿Qué condiciones deben cumplir a y b para que $|a + b| = |a| + |b|$?

Preguntas de selección múltiple con única respuesta. En los puntos 16 a 19 haga los cálculos necesarios utilizando las propiedades de los exponentes y la descomposición en factores primos de cada número para escoger la respuesta correcta.

16. Al simplificar la expresión $\frac{(5^{3/2} \times 2^{7/2})^2 \times 3^{5/4}}{2^{15} \times (3^{1/8})^2}$ se obtiene:

- a. $5 \times 3 \times 2^{-8}$ b. $5^3 \times 3^{3/2} \times 2^8$ c. $2^8 \times 5^{-1} \times 3$ d. $5^3 \times 2^{-8} \times 3$

17. Al calcular $\frac{3^{-3} + 3^{-2}}{3^{-5}}$ se obtiene:

- a. 1 b. 36 c. $\frac{4}{9}$ d. 24

18. Al simplificar la expresión $\frac{2^3 \times 5^2 \times 49^3 \times 3^5}{6^3 \times 100 \times (35)^2}$, se obtiene:

- a. $\frac{3^2 7^4}{2^2 5^2}$ b. $\frac{2^3 3^2}{5^2 7^2}$ c. $\frac{5^2 3^2}{7^2}$ d. $\frac{7^3 2^2}{5^2}$

19. Al simplificar la expresión $\frac{7^2 \times (3 \times 6)^2}{12} \times \left(\frac{2}{7}\right)^2$, se obtiene:

- a. $2^3 \times 3^3$ b. $2^2 \times 3^3$ c. $2^2 \times 3^3 \times 7$ d. $2^3 \times 3 \times 7$

Notación científica

Un número está escrito en notación científica si está expresado en la siguiente forma $a \times 10^n$ donde $1 \leq |a| < 10$, y n es un número entero.

Ej. 0,0000234 es $2,34 \times 10^{-5}$ en notación científica, 4.200'000.000 es $4,2 \times 10^9$ en notación científica.

20. Utilice notación científica para expresar:

- a. 0,0321 b. 57'600.000 c. -0,000021 d. -3'640.000

21. Expresar en notación científica cada una de las cantidades dadas y realice el cálculo utilizando las propiedades de los exponentes sin utilizar calculadora. Dé la respuesta en notación científica.

a. $\frac{0,004 \times 2.900}{0,00011}$ b. $\frac{1'920.000 \times 0,0015}{0,00032 \times 45.000}$

c. $\frac{0,18 \times 20.000}{300 \times 0,0004}$ d. $\frac{28 \times 0,0045}{140 \times 1500}$

22. Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En cada caso justifique su respuesta.

- a. Algunos números irracionales tienen representación decimal infinita y periódica.
- b. Ningún decimal infinito es un número irracional.
- c. Algunos racionales tienen representación decimal infinita no periódica.
- d. Todo decimal periódico es racional.
- e. Existen algunos números que no son ni enteros ni racionales.
- f. El producto de dos números irracionales siempre es irracional.
- g. El cociente de dos números irracionales siempre es irracional.

23. a. ¿Cuántos números irracionales hay entre 0 y 1? Si es posible, muestre tres.
b. ¿Cuántos números irracionales hay entre $2,\bar{9}$ y 3? Si es posible, muestre tres.
c. ¿Cuántos números irracionales hay entre 7,9999 y 8? Si es posible, muestre tres.
d. Construya tres irracionales y tres racionales entre $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{7}$.

24. Efectúe las siguientes operaciones:

- a. $13,42442444244442\dots + 6,12112111211112\dots$
- b. $21,01001000100001\dots + 7,32332333233332\dots$
- c. $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$
- d. $\sqrt{2} \sqrt{3}$
- e. $1,4\bar{5} + 3,\bar{71}$
- f. $1,4\bar{5} \times 3,\bar{71}$

