MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autora: Jeanneth Galeano Peñaloza

Edición: Rafael Ballestas Rojano

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Parte I

Introducción a la geometría elemental

Nociones Básicas

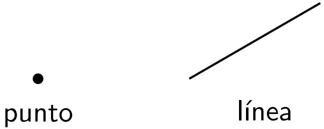
Las nociones de

Nociones Básicas

Las nociones de punto,

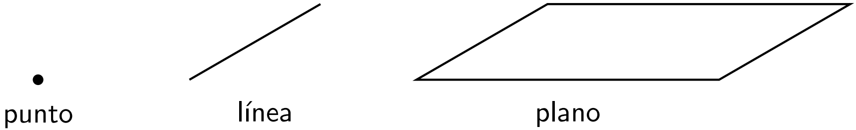
Nociones Básicas

Las nociones de punto, línea



Nociones Básicas

Las nociones de punto, línea y plano no serán definidas, pero . . .



Nociones básicas

La presentación tradicional de la geometría euclidiana se hace en un formato axiomático.

Nociones básicas

La presentación tradicional de la geometría euclidiana se hace en un formato axiomático.

Un sistema de axiomas es aquel que, a partir de un cierto número de postulados que se presumen verdaderos (conocidos como axiomas) y a través de operaciones lógicas, genera nuevos postulados cuyo valor de verdad es también positivo.

Cinco postulados de Euclides

1. Dados dos puntos se puede trazar una y sólo una recta que los une.

Cinco postulados de Euclides

1. Dados dos puntos se puede trazar una y sólo una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de forma continua en cualquier sentido.

Cinco postulados de Euclides

1. Dados dos puntos se puede trazar una y sólo una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de forma continua en cualquier sentido.
3. Se puede trazar una circunferencia con centro en cualquier punto y de cualquier radio.

Cinco postulados de Euclides

1. Dados dos puntos se puede trazar una y sólo una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de forma continua en cualquier sentido.
3. Se puede trazar una circunferencia con centro en cualquier punto y de cualquier radio.
4. Todos los ángulos rectos son iguales.

Cinco postulados de Euclides

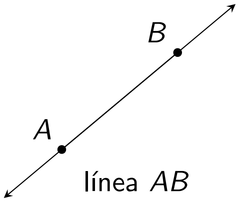
1. Dados dos puntos se puede trazar una y sólo una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de forma continua en cualquier sentido.
3. Se puede trazar una circunferencia con centro en cualquier punto y de cualquier radio.
4. Todos los ángulos rectos son iguales.
5. Por un punto exterior a una recta pasa una única paralela.

Nociones Básicas

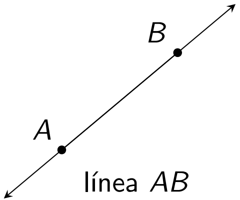
Una

Nociones Básicas

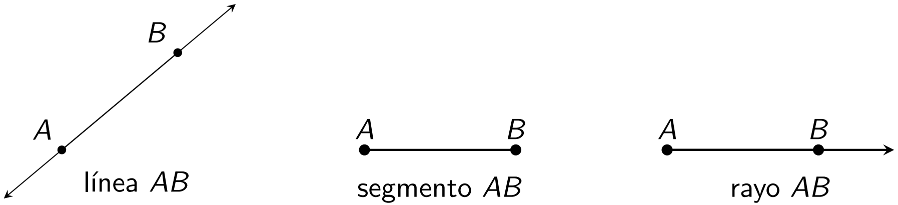
Una línea,



Una línea, un segmento

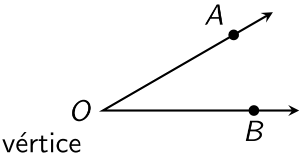


Una línea, un segmento y un rayo . . .



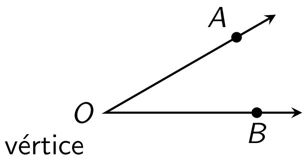
Definición

Un ángulo es la unión de dos rayos que tienen un punto extremo común. Cada uno de los rayos se llama lado del ángulo, y el punto común se conoce como vértice.



Definición

Un ángulo es la unión de dos rayos que tienen un punto extremo común. Cada uno de los rayos se llama lado del ángulo, y el punto común se conoce como vértice.



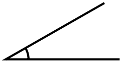
Para medir ángulos se emplea una herramienta llamada transportador.

Ángulos

Podemos clasificar los ángulo según su medida:

Ángulos

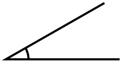
Podemos clasificar los ángulo según su medida: agudo si mide menos de 90°,



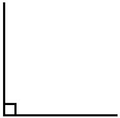
ángulo agudo

Ángulos

Podemos clasificar los ángulo según su medida: agudo si mide menos de 90°, recto si mide 90°,



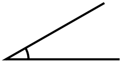
ángulo agudo



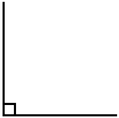
ángulo recto

Ángulos

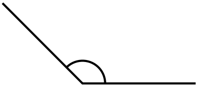
Podemos clasificar los ángulo según su medida: agudo si mide menos de 90°, recto si mide 90°, obtuso si mide más de 90°, pero menos de 180°



ángulo agudo



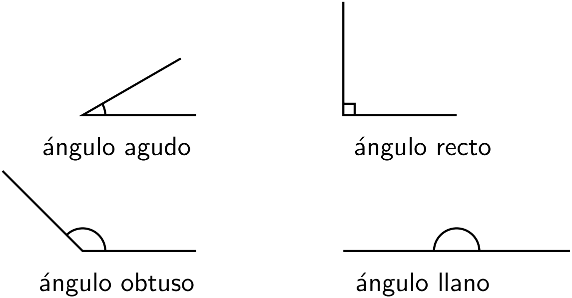
ángulo recto



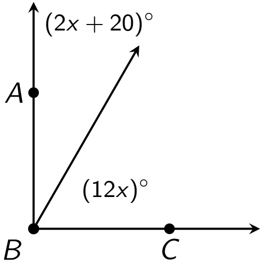
ángulo obtuso

Ángulos

Podemos clasificar los ángulo según su medida: agudo si mide menos de 90°, recto si mide 90°, obtuso si mide más de 90°, pero menos de 180° y llano si mide 180°.



Encuentre las medidas de los ángulos de la siguiente figura, sabiendo que $\angle ABC$ es un ángulo recto.



Ángulos

Definición

- Se dice que dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°.

Definición

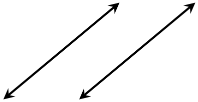
- Se dice que dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°.
- Se dice que dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180°.

Ángulos

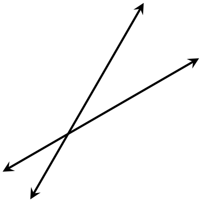
Ejercicio

El suplemento de un ángulo mide 10° más que el triple de su complemento. Calcule la medida del ángulo.

Dos rectas distintas que están en el mismo plano son paralelas si no se intersecan. Una recta que interseca dos rectas paralelas se denomina transversal.



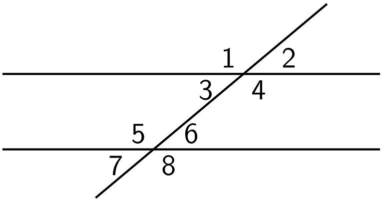
líneas paralelas

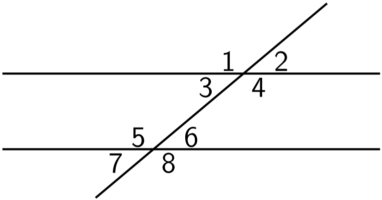


líneas que se intersecan

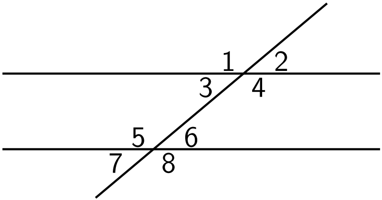
Ángulos entre paralelas

Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal se forman ocho ángulos, como se muestra en la figura.



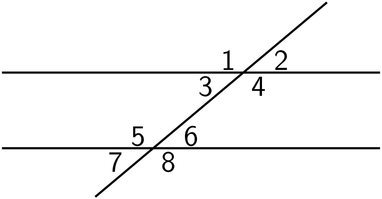


- $\angle 5$ y $\angle 4$ se llaman ángulos alternos internos y son congruentes, es decir, tienen la misma medida; esto se nota $\angle 5 \cong \angle 4$.



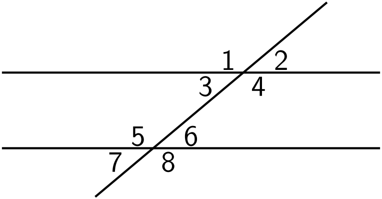
- $\angle 5$ y $\angle 4$ se llaman ángulos alternos internos y son congruentes, es decir, tienen la misma medida; esto se nota $\angle 5 \cong \angle 4$.
- $\angle 1$ y $\angle 8$ se llaman ángulos alternos externos y $\angle 1 \cong \angle 8$.

Ángulos entre paralelas



- $\angle 5$ y $\angle 4$ se llaman ángulos alternos internos y son congruentes, es decir, tienen la misma medida; esto se nota $\angle 5 \cong \angle 4$.
- $\angle 1$ y $\angle 8$ se llaman ángulos alternos externos y $\angle 1 \cong \angle 8$.
- $\angle 6$ y $\angle 2$ se llaman ángulos correspondientes y $\angle 6 \cong \angle 2$.

Ángulos entre paralelas



- $\angle 5$ y $\angle 4$ se llaman ángulos alternos internos y son congruentes, es decir, tienen la misma medida; esto se nota $\angle 5 \cong \angle 4$.
- $\angle 1$ y $\angle 8$ se llaman ángulos alternos externos y $\angle 1 \cong \angle 8$.
- $\angle 6$ y $\angle 2$ se llaman ángulos correspondientes y $\angle 6 \cong \angle 2$.
- $\angle 7$ y $\angle 6$ se llaman opuestos por el vértice y $\angle 7 \cong \angle 6$.

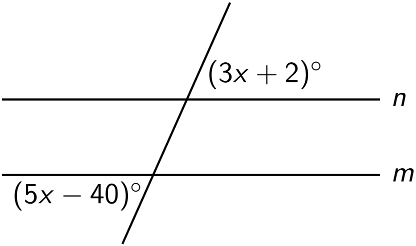
Ejercicio

Encuentre otros pares de ángulos

- alternos internos
- alternos externos
- correspondientes
- opuestos por el vértice

Ejercicio

En la figura $m \parallel n$ (m es paralela a n). Encuentre el valor de los ángulos que se indican.



Dos segmentos son congruentes si tienen la misma medida.

Triángulos

Dos segmentos son congruentes si tienen la misma medida.

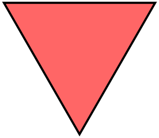
Podemos clasificar los triángulos por la medida de sus lados:

Triángulos

Dos segmentos son congruentes si tienen la misma medida.

Podemos clasificar los triángulos por la medida de sus lados:

- equilátero es el que tiene todos sus lados congruentes,



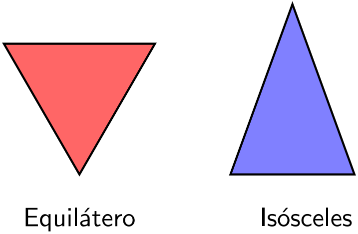
Equilátero

Triángulos

Dos segmentos son congruentes si tienen la misma medida.

Podemos clasificar los triángulos por la medida de sus lados:

- equilátero es el que tiene todos sus lados congruentes,
- isósceles tiene dos lados congruentes y

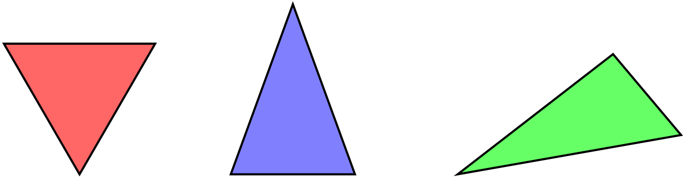


Triángulos

Dos segmentos son congruentes si tienen la misma medida.

Podemos clasificar los triángulos por la medida de sus lados:

- equilátero es el que tiene todos sus lados congruentes,
- isósceles tiene dos lados congruentes y
- escaleno no tiene lados congruentes.



Equilátero Isósceles Escaleno

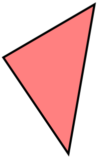
Triángulos

También se pueden clasificar por la medida de sus ángulos:

Triángulos

También se pueden clasificar por la medida de sus ángulos:

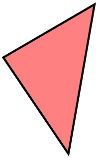
- acutángulo tiene todos sus lados agudos,



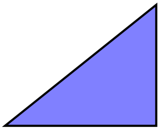
Acutángulo

También se pueden clasificar por la medida de sus ángulos:

- acutángulo tiene todos sus lados agudos,
- rectángulo tiene un ángulo de 90° y



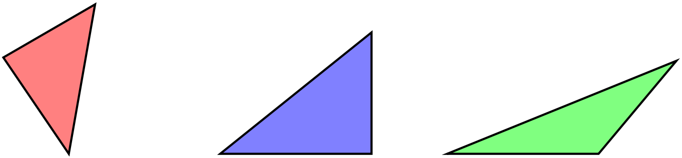
Acutángulo



Rectángulo

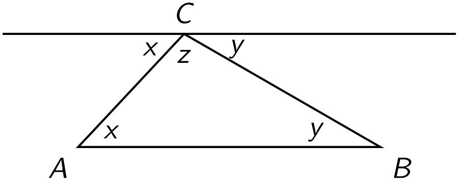
También se pueden clasificar por la medida de sus ángulos:

- acutángulo tiene todos sus lados agudos,
- rectángulo tiene un ángulo de 90° y
- obtusángulo tiene un ángulo obtuso.



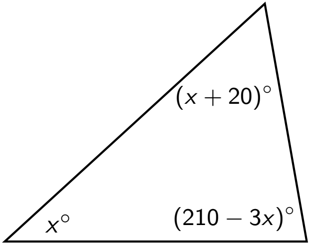
Acutángulo Rectángulo Obtusángulo

La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



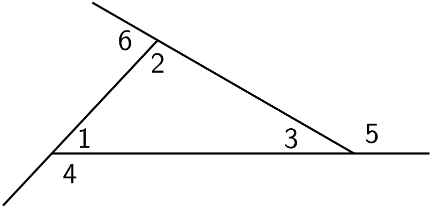
Ejercicio

Calcule la medida de cada ángulo del triángulo de la figura.

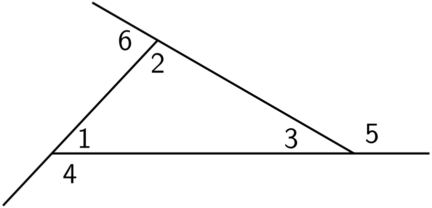


Definición

En el triángulo que se aprecia en la figura, los ángulos 1, 2 y 3 se llaman **ángulos interiores**, mientras que los señalados con los números 4, 5 y 6 se llaman **ángulos exteriores** del triángulo.

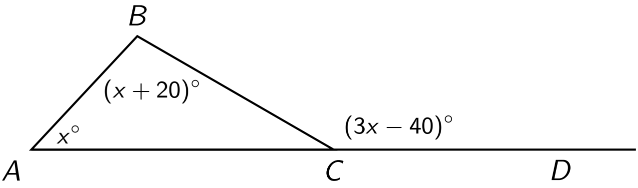


La medida de un ángulo exterior de un triángulo, es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos interiores opuestos.



Ejercicio

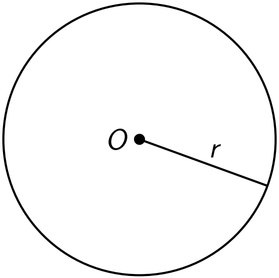
Calcule las medidas de los ángulos interiores $\angle A$,$\angle B$ y $\angle C$ del triángulo de la figura, y la medida del ángulo exterior $\angle BCD$.



Circunferencia

Definición

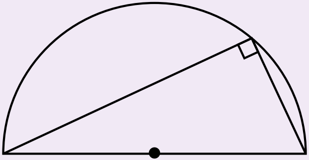
Una circunferencia es un conjunto de puntos en un plano, cada uno de los cuales está a la misma distancia de un punto fijo.



Circunferencia

Teorema

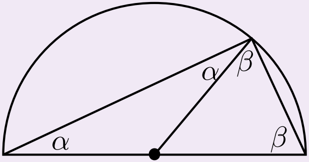
Cualquier ángulo inscrito en un semicírculo debe ser recto.



Teorema

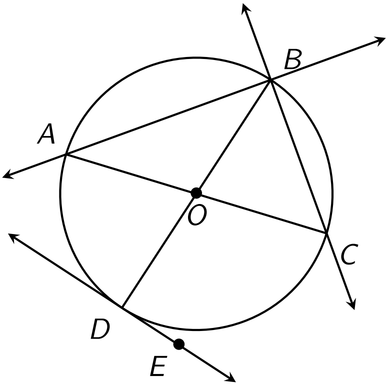
Cualquier ángulo inscrito en un semicírculo debe ser recto.

Demostración.



Ejercicio

Con el uso de los puntos, segmentos y líneas de la figura, haga una lista de: centro, radios, diámetros, cuerdas, secantes, tangentes.



Polígonos

Definición

- Un polígono es una curva simple cerrada constituida sólo por segmentos de recta.

Definición

- Un polígono es una curva simple cerrada constituida sólo por segmentos de recta.
- Los segmentos se llaman lados y los puntos en los que se tocan se llaman vértices.

Definición

- Un polígono es una curva simple cerrada constituida sólo por segmentos de recta.
- Los segmentos se llaman lados y los puntos en los que se tocan se llaman vértices.
- Los polígonos con todos sus ángulos y lados congruentes se llaman polígonos regulares.

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo

Polígonos

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero

Polígonos

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono

Polígonos

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono

Polígonos

Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Nonágono

Polígonos

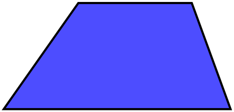
Clasificación de los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Número de lados	**Nombre**
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Nonágono
10	Decágono

Cuadriláteros

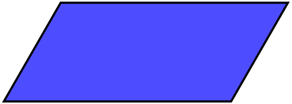
Trapecio

Es un cuadrilátero con un par de lados paralelos



Paralelogramo

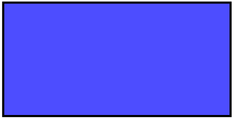
Es un cuadrilátero con dos pares de lados paralelos



Cuadriláteros

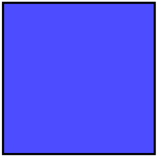
Rectángulo

Es un paralelogramo con un ángulo recto, por lo tanto cuatro ángulos rectos.



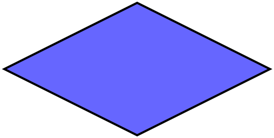
Cuadrado

Es un rectángulo cuyos lados tienen la misma longitud.



Rombo

Es un paralelogramo cuyos lados tienen la misma longitud



Definición

El perímetro de un polígono es la suma de las medidas de sus lados.

Ejercicio

Un terreno tiene forma de rectángulo. Si su largo es 50 pies y su ancho es 26 pies, ¿qué cantidad de cerca se necesita para encerrar por completo el lote?

Perímetro

Ejercicio

La longitud de una etiqueta de forma rectangular es 1 centímetro más que el doble del ancho. El perímetro es de 110 centímetros. Calcule el largo y el ancho.

Área

Definición

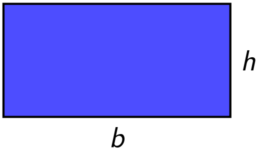
El área de una figura plana es la medida de la superficie cubierta por la figura.

Área

Área de un rectángulo

El área de un rectángulo de largo b y ancho h está dada por la fórmula

$$A = bh$$

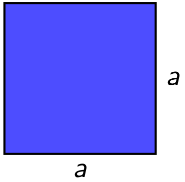


Cuadriláteros

Área de un cuadrado

El área A de un cuadrado cuyo lado tiene longitud a es

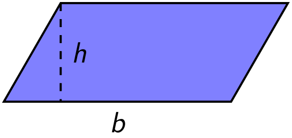
$$A = a^2$$



Área de un paralelogramo

El área de un paralelogramo con altura h y base b es

$$A = bh$$

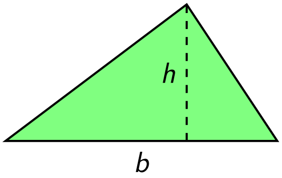


Área

Área de un triángulo

El área A de un triángulo con altura h y base b es

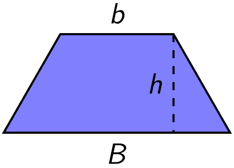
$$A = \frac{bh}{2}$$



Área de un trapecio

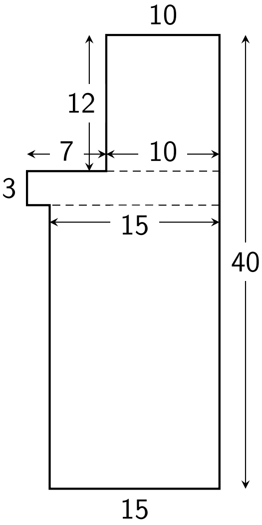
El área de un trapecio con bases paralelas B y b y altura h es

$$A = \frac{1}{2}h(B + b)$$



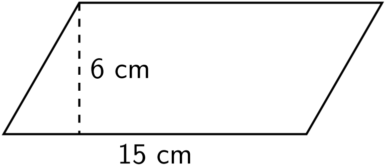
Ejercicio

La siguiente figura muestra el plano del piso de un edificio, constituido por varios rectángulos. Si cada longitud está en metros, ¿cuántos metros cuadrados de recubrimiento se requerirían para cubrir el piso del edificio?



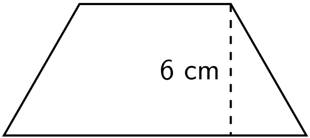
Ejercicio

Calcule el área del paralelogramo de la figura.



Ejercicio

Calcule el área del trapecio de la figura.



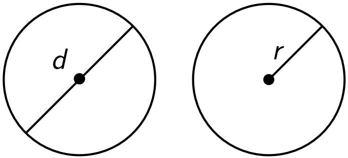
Definición

La región limitada por la circunferencia C de radio r se llama círculo de radio r. La circunferencia o **perímetro** de un círculo de radio r está dada por la fórmula

$$C = 2\pi r.$$

El **área** de un círculo de radio r está dada por

$$A = \pi r^2.$$



Área

Ejercicio

1. Un círculo tiene un diámetro de 12.6 centímetros. Calcule su circunferencia.
2. El radio de un círculo es de 1.7 metros. Calcule su circunferencia.

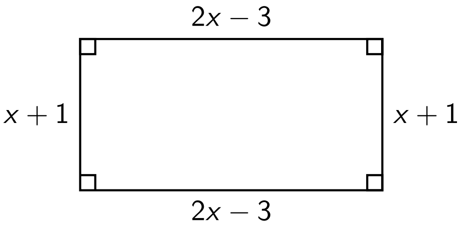
Ejercicio

En un negocio de entrega de pizzas a domicilio, el precio de una pizza de pepperoni de 8 pulgadas de diámetro es de \$6,99, mientras que el de una de 16 pulgadas de diámetro es de \$13,98. Un cliente que requiere varias pizzas para una reunión, ¿qué tipo de pizzas debería comprar para tener el mejor precio?

Área

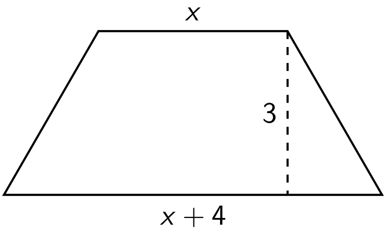
Ejercicio

La siguiente figura tiene perímetro $P = 38$. Encuentre el valor de x y el área de la figura.



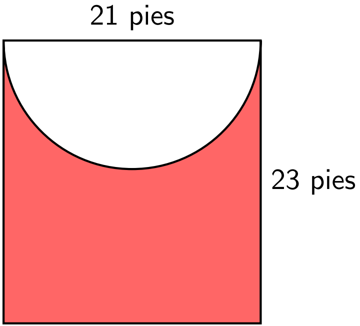
Ejercicio

La siguiente figura tiene área $A = 30$. Encuentre el valor de x.



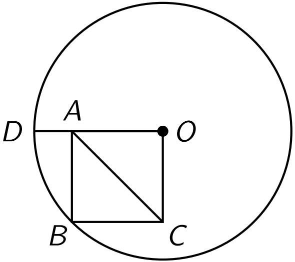
Ejercicio

Encuentre el área y el perímetro de la parte sombreada



Ejercicio

A partir del círculo con centro O y el rectángulo $ABCO$ obtenga el diámetro del círculo, sabiendo que $AC = 13$ pulgadas y $AD = 3$ pulgadas.



Definición

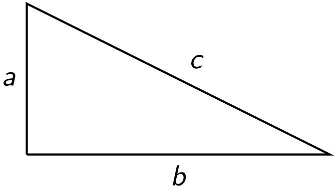
En un triángulo rectángulo, los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos y el otro lado hipotenusa.

Teorema de Pitágoras

Teorema

Si los dos catetos de un triángulo rectángulo tienen longitudes a y b, y la hipotenusa tiene longitud c, entonces

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



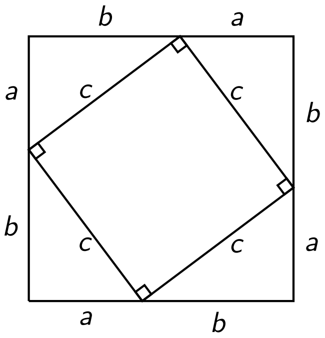
Demostración.

Pensando en áreas:

$$(a+b)^2 = 4\left(\frac{ab}{2}\right) + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\square$



Ejercicio

Una **terna pitagórica** es una terna de números a, b, c que cumplen que $a^2 + b^2 = c^2$. Si se demuestra que $(x, x+1, y)$ es una terna pitagórica entonces también lo es

$$(3x + 2y + 1, 3x + 2y + 2, 4x + 3y + 2).$$

Utilice esta idea para encontrar tres ternas pitagóricas.
Comience con la terna $(3, 4, 5)$.

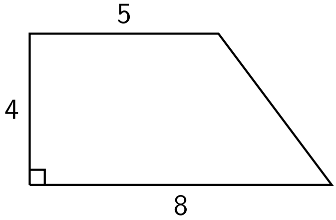
Triángulo Rectángulo

Ejercicio

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 1 centímetro más que el doble del cateto más corto, y el cateto más largo mide 9 centímetros menos que el triple del cateto más corto. Determine las longitudes de los tres lados del triángulo.

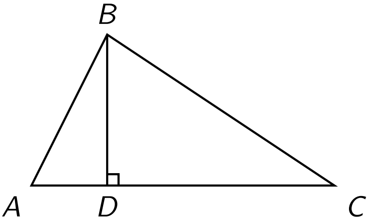
Ejercicio

Dada la figura, encuentre el perímetro y el área.



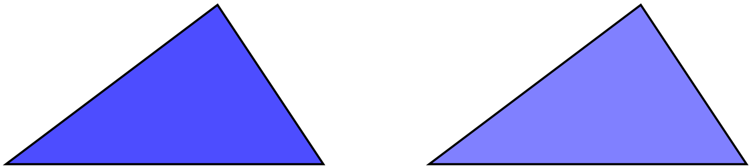
Ejercicio

Si la proporción entre AD y DC es de 1 a 3, $\overline{AC}$ mide 16 cm y $\overline{DB}$ mide 3 cm, encuentre el área y el perímetro de los triángulos $\triangle ADB$, $\triangle BDC$ y $\triangle ABC$.



Definición

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño, esto es, si tienen lados y ángulos congruentes.



LLL **Lado-Lado-Lado.** Si los tres lados de un triángulo son congruentes respectivamente a los tres lados de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Criterios de congruencia

- LLL **Lado-Lado-Lado.** Si los tres lados de un triángulo son congruentes respectivamente a los tres lados de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
- LAL **Lado-Ángulo-Lado.** Si dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes respectivamente a dos lados y el ángulo comprendido de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Criterios de congruencia

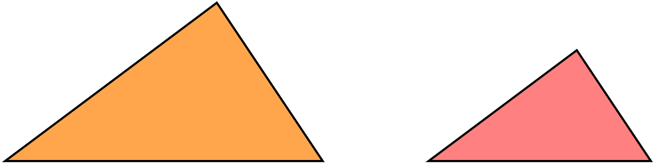
LLL **Lado-Lado-Lado.** Si los tres lados de un triángulo son congruentes respectivamente a los tres lados de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

LAL **Lado-Ángulo-Lado.** Si dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes respectivamente a dos lados y el ángulo comprendido de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

ALA **Ángulo-Lado-Ángulo.** Si dos ángulos y el lado común de un triángulo son congruentes respectivamente con dos ángulos y el lado común de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Definición

Dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño.



AA **Ángulo-Ángulo.** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.

Criterios de semejanza

AA **Ángulo-Ángulo.** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.

LLL **Lado-Lado-Lado.** Si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados de otro triángulo, entonces los dos triángulos son semejantes.

Criterios de semejanza

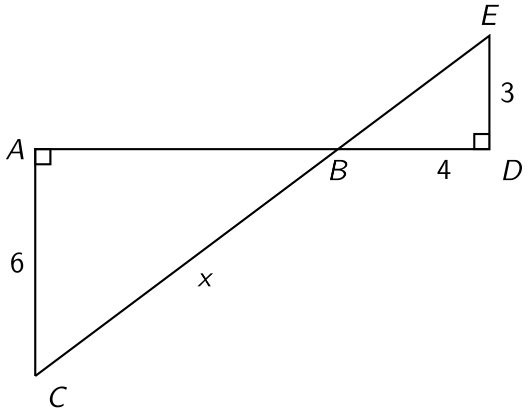
AA **Ángulo-Ángulo.** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.

LLL **Lado-Lado-Lado.** Si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados de otro triángulo, entonces los dos triángulos son semejantes.

LAL **Lado-Ángulo-Lado.** Si un ángulo de un triángulo es congruente con un ángulo de otro triángulo, y si los lados correspondientes que incluyen el ángulo son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

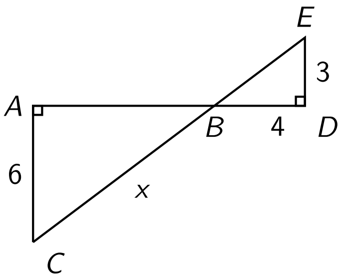
Ejercicio

Encuentre el valor de x.



Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

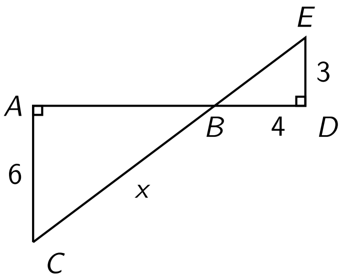


Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$BE = \sqrt{25} = 5$$

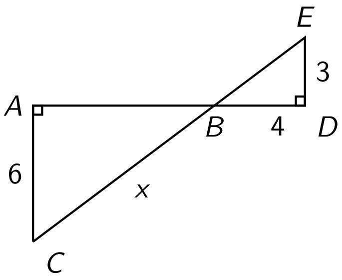


Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$BE = \sqrt{25} = 5$$



Los triángulos $\triangle ABC$ y el $\triangle DBE$ son semejantes gracias a que:

Semejanza de triángulos

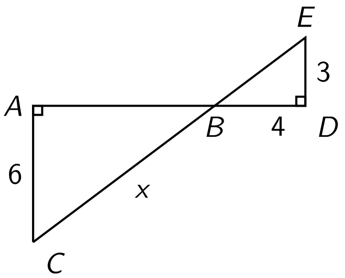
Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$BE = \sqrt{25} = 5$$



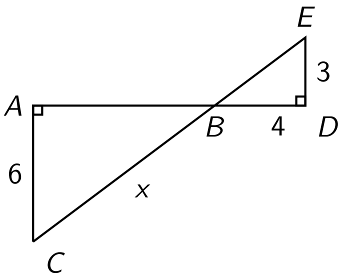
Los triángulos $\triangle ABC$ y el $\triangle DBE$ son semejantes gracias a que: $\angle A \cong \angle D$,

Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$BE = \sqrt{25} = 5$$



Los triángulos $\triangle ABC$ y el $\triangle DBE$ son semejantes gracias a que: $\angle A \cong \angle D$, ambos son rectos;

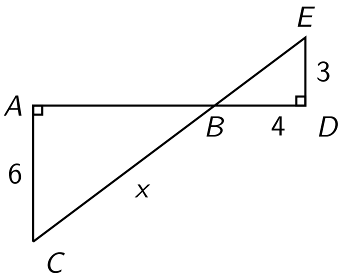
Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$BE = \sqrt{25} = 5$$



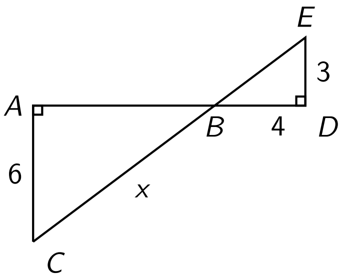
Los triángulos $\triangle ABC$ y el $\triangle DBE$ son semejantes gracias a que: $\angle A \cong \angle D$, ambos son rectos; $\angle ABC \cong \angle DBE$ ya que son opuestos por el vértice;

Como el $\triangle BDE$ es rectángulo y $\angle D$ es recto, podemos utilizar el teorema de Pitágoras, es decir,

$$BE^2 = BD^2 + DE^2.$$

Por consiguiente tenemos:

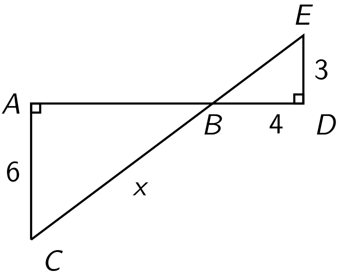
$$BE^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$
$$BE = \sqrt{25} = 5$$



Los triángulos $\triangle ABC$ y el $\triangle DBE$ son semejantes gracias a que: $\angle A \cong \angle D$, ambos son rectos; $\angle ABC \cong \angle DBE$ ya que son opuestos por el vértice; por tanto, por el criterio AA se concluye que $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle DBE$.

Utilizando este hecho podemos afirmar que

$$\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$$

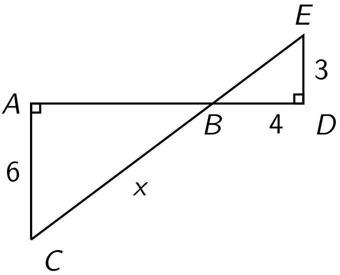


Utilizando este hecho podemos afirmar que

$$\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$$

De donde se tiene:

$$\frac{6}{3} = \frac{x}{5},$$



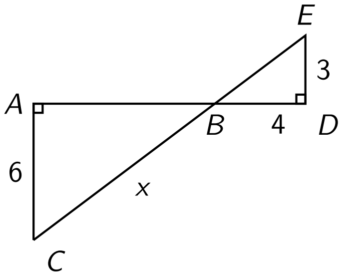
Utilizando este hecho podemos afirmar que

$$\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$$

De donde se tiene:

$$\frac{6}{3} = \frac{x}{5},$$

es decir, $x = 10$.

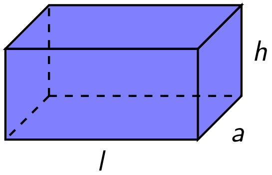


Volumen de un paralelepípedo

El volumen de una caja de largo l, ancho a y altura h es

$$V = lah$$

y el área de su superficie es
$S = 2la + 2ah + 2lh$



Volumen

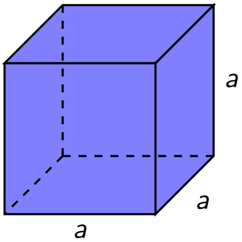
Volumen de un cubo

El volumen de un cubo de lado a es

$$V = a^3$$

y su área superficial es

$$S = 6a^2$$



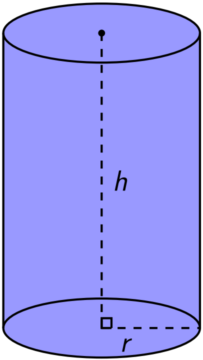
Volumen de un cilindro

El volumen de un cilindro circular recto de altura h y radio de su base r es

$$V = \pi r^2 h$$

y el área de su superficie es

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$$



Volumen

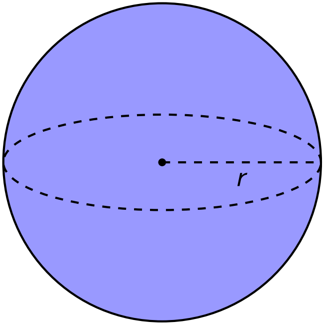
Volumen de una esfera

El volumen de una esfera de radio r es

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

y el área de su superficie es

$$S = 4\pi r^2$$



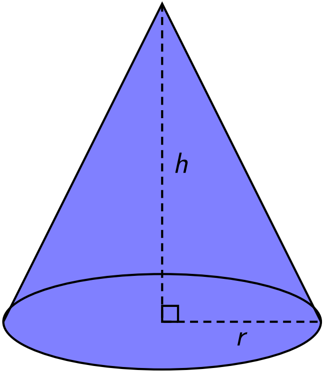
Volumen de un cono

El volumen de un cono circular recto con altura h y radio de la base r es

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

y el área de su superficie es

$$S = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} + \pi r^2$$



Volumen de una pirámide

Si B representa el área de la base de una pirámide y h la altura, entonces el volumen está dado por

$$V = \frac{1}{3}Bh$$