MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autora: Jeanneth Galeano Peñaloza
Edición: Oscar Guillermo Riaño

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Parte I

Ecuaciones lineales

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$
$1 - lnx = 0$

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$
$1 - lnx = 0$
$\cos x - \operatorname{sen} x = 1 - x$

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$
$1 - lnx = 0$
$\cos x - \operatorname{sen} x = 1 - x$
$3x^2 - 5x = 2.$

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$
$1 - lnx = 0$
$\cos x - \operatorname{sen} x = 1 - x$
$3x^2 - 5x = 2.$

En varias variables

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$

$1 - lnx = 0$

$\cos x - \operatorname{sen} x = 1 - x$

$3x^2 - 5x = 2.$

En varias variables

$3x - 2y = 1 - 4x$

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucran variables.

Ejemplos

Ecuaciones en una variable

$3x - 2 = 7$
$1 - lnx = 0$
$\cos x - \operatorname{sen} x = 1 - x$
$3x^2 - 5x = 2.$

En varias variables

$3x - 2y = 1 - 4x$
$x^2 + y^2 = 25$

Ecuaciones lineales

Solución de una ecuación:

Es el conjunto de valores de la variable (o variables) que hacen cierta la igualdad.

Ecuaciones lineales

Solución de una ecuación:

Es el conjunto de valores de la variable (o variables) que hacen cierta la igualdad.

Ejemplos

(A) 3 es solución de $3x - 2 = 7$, pues es el único valor real que hace verdadera la igualdad. El conjunto solución es $\{3\}$.

Ecuaciones lineales

Solución de una ecuación:

Es el conjunto de valores de la variable (o variables) que hacen cierta la igualdad.

Ejemplos

(A) 3 es solución de $3x - 2 = 7$, pues es el único valor real que hace verdadera la igualdad. El conjunto solución es $\{3\}$.

(B) Dada la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$. La transformamos en $(x-2)(x-3) = 0$ y observamos que el conjunto solución es $\{2, 3\}$.

Ecuaciones lineales

Solución de una ecuación:

Es el conjunto de valores de la variable (o variables) que hacen cierta la igualdad.

Ejemplos

(A) 3 es solución de $3x - 2 = 7$, pues es el único valor real que hace verdadera la igualdad. El conjunto solución es $\{3\}$.

(B) Dada la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$. La transformamos en $(x - 2)(x - 3) = 0$ y observamos que el conjunto solución es $\{2, 3\}$.

(C) $(3, 4)$ es una solución de la ecuación $x^2 + y^2 = 25$ pero hay muchas más, por ejemplo $(-3, 4)$, $(0, 5)$, $(-5, 0)$, etc.

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Si $a = b$ entonces para cualquier c tenemos:

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Si $a = b$ entonces para cualquier c tenemos:
$a + c = b + c$,

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Si $a = b$ entonces para cualquier c tenemos:
$a + c = b + c$,
$a - c = b - c$,

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Si $a = b$ entonces para cualquier c tenemos:
$a + c = b + c$,
$a - c = b - c$,
$a \cdot c = b \cdot c$

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para encontrar el conjunto solución de una ecuación muchas veces la transformamos en una equivalente que sea fácil de solucionar; para ello utilizamos las propiedades de la igualdad.

Si $a = b$ entonces para cualquier c tenemos:
$a + c = b + c$,
$a - c = b - c$,
$a \cdot c = b \cdot c$
y si además $c \neq 0$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

Ecuaciones lineales

Son de la forma $ax + b = c$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$. Claramente se tiene la siguiente cadena de ecuaciones equivalentes:

Ecuaciones lineales

Son de la forma $ax + b = c$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$. Claramente se tiene la siguiente cadena de ecuaciones equivalentes:

$$ax + b = c$$

Ecuaciones lineales

Son de la forma $ax + b = c$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$. Claramente se tiene la siguiente cadena de ecuaciones equivalentes:

$$\begin{aligned} ax + b &= c \\ ax &= c - b \end{aligned}$$

Ecuaciones lineales

Son de la forma $ax + b = c$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$. Claramente se tiene la siguiente cadena de ecuaciones equivalentes:

$$\begin{aligned} ax + b &= c \\ ax &= c - b \\ x &= \frac{c - b}{a} \end{aligned}$$

Ecuaciones lineales

Son de la forma $ax + b = c$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$. Claramente se tiene la siguiente cadena de ecuaciones equivalentes:

$$\begin{aligned} ax + b &= c \\ ax &= c - b \\ x &= \frac{c-b}{a} \end{aligned}$$

y el conjunto solución es $\left\{ \frac{c-b}{a} \right\}$

Ecuaciones lineales

Ejercicio

Resolver las siguientes ecuaciones

- $6x - 3(24x - 5) = 2(3x - 1) - 8$
- $\frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} = \frac{5}{2}$
- $3x + 4 = 7 + 5(x - 2)$
- $3x - 2 - x = x + 7$
- $\frac{5t-22}{t^2-6t+9} - \frac{11}{t^2-3t} - \frac{5}{t} = 0$

Ejercicio

Hallar cuatro enteros pares consecutivos, tales que la suma de los tres primeros exceda al cuarto en 8.

Solución

Sea n el primer entero par, entonces los otros pares siguientes son $n+2$, $n+4$ y $n+6$.

Solución

Sea n el primer entero par, entonces los otros pares siguientes son $n+2$, $n+4$ y $n+6$.
De acuerdo con las condiciones del problema, tenemos

$$n + (n+2) + (n+4) = (n+6) + 8,$$

Solución

Sea n el primer entero par, entonces los otros pares siguientes son $n+2$, $n+4$ y $n+6$.
De acuerdo con las condiciones del problema, tenemos

$$n+(n+2)+(n+4)=(n+6)+8,$$

luego,

$$n=4.$$

Ejercicio

Si un lado de un triángulo es la tercera parte del perímetro, el segundo lado mide 7 cm y el tercer lado es un quinto del perímetro, ¿cuál es el perímetro del triángulo?

Ejercicio

Un rectángulo cuyo largo es de 24 cm tiene la misma superficie que un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Ejercicio

La distancia marítima entre San Francisco y Honolulú es de 2,100 millas náuticas. Si un barco sale de San Francisco al mismo tiempo que otro sale de Honolulú, y si el primero viaja a 15 millas náuticas por hora y el segundo a 20 millas náuticas por hora, ¿cuánto tardarán los barcos en encontrarse? ¿A qué distancia se encontrarán de San Francisco y de Honolulú en ese momento?

Ejercicio

Una lancha tarda $1,5$ veces más al remontar un río y recorrer 360 millas contra la corriente, que al regreso. Si navega a una velocidad de 15 millas por hora en agua tranquila, ¿cuál es la velocidad de la corriente?

Solución

Sea

x la velocidad de la corriente,

$15 - x$ la velocidad de la lancha contra la corriente,

$15 + x$ la velocidad de la lancha a favor de la corriente.

Ecuaciones lineales

Tenemos además que

Ecuaciones lineales

Tenemos además que

$$\text{Tiempo contra la corriente} = (1,5)\,(\text{Tiempo con la corriente a favor})$$

Tenemos además que

$$\begin{aligned}\text{Tiempo contra la corriente} &= (1,5)\,(\text{Tiempo con la corriente a favor})\\ \frac{\text{Distancia contra la corriente}}{\text{Velocidad contra la corriente}} &= (1,5)\frac{\text{Distancia a favor de la corriente}}{\text{Velocidad a favor de la corriente}}\end{aligned}$$

Tenemos además que

$$
\begin{aligned}
\text{Tiempo contra la corriente} &= (1,5)\,(\text{Tiempo con la corriente a favor})\\
\frac{\text{Distancia contra la corriente}}{\text{Velocidad contra la corriente}} &= (1,5)\frac{\text{Distancia a favor de la corriente}}{\text{Velocidad a favor de la corriente}}\\
\frac{360}{15-x} &= (1,5)\frac{360}{15+x}
\end{aligned}
$$

Tenemos además que

$$\begin{aligned}
\text{Tiempo contra la corriente} &= (1,5)\,(\text{Tiempo con la corriente a favor}) \\
\frac{\text{Distancia contra la corriente}}{\text{Velocidad contra la corriente}} &= (1,5)\frac{\text{Distancia a favor de la corriente}}{\text{Velocidad a favor de la corriente}} \\
\frac{360}{15-x} &= (1,5)\frac{360}{15+x} \\
x &= 3
\end{aligned}$$

Tenemos además que

$$\begin{aligned}
\text{Tiempo contra la corriente} &= (1,5)\,(\text{Tiempo con la corriente a favor})\\
\frac{\text{Distancia contra la corriente}}{\text{Velocidad contra la corriente}} &= (1,5)\frac{\text{Distancia a favor de la corriente}}{\text{Velocidad a favor de la corriente}}\\
\frac{360}{15-x} &= (1,5)\frac{360}{15+x}\\
x &= 3
\end{aligned}$$

La velocidad de la corriente del río es de 3 millas náuticas por hora.

Ejercicio

¿Cuántos litros de una mezcla que contiene 80 % de alcohol se deben agregar a 5 litros de una solución que está al 20 % para producir una solución al 30 %?

Parte II

Ecuaciones cuadráticas

Ejercicio

Un rectángulo tiene un perímetro de 20 metros. Expresar el área del rectángulo en función de uno de sus lados.

Ecuación de segundo grado

Si a, b, c son números reales y $a \neq 0$, entonces ¿cuántas y cuáles son las soluciones de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0?$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = -c$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = -c$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) = -c + \frac{b^2}{4a}$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = -c$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) = -c + \frac{b^2}{4a}$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a}$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = -c$$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) = -c + \frac{b^2}{4a}$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Ecuación de segundo grado

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$
\begin{aligned}
x + \frac{b}{2a} &= \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned}
$$

Ecuación de segundo grado

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ecuación de segundo grado

En la solución $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, la expresión $b^2 - 4ac$ se denomina **discriminante** de la ecuación cuadrática.

En la solución $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, la expresión $b^2 - 4ac$ se denomina **discriminante** de la ecuación cuadrática. El signo de dicho número nos proporciona información sobre el número de soluciones así:

Discriminante	**Soluciones**
Positivo	Dos soluciones distintas
Cero	Una solución doble
Negativo	No tiene solución

Ejercicio

Resolver $6x^2 - 19x - 7 = 0$

(a) Factorizando si es posible,

(b) Usando la fórmula cuadrática.

Ejercicio

Resolver $2x^2 - 3x = 0$

(a) Factorizando si es posible,

(b) Usando la fórmula cuadrática.

Ejercicio

Resolver $3x^2 + 27 = 0$

(a) Factorizando si es posible,

(b) Usando la fórmula cuadrática.

Ecuación de segundo grado

Ejercicio

Resolver $x^2 + 6x - 2 = 0$

(a) Completando cuadrados,

(b) Usando la fórmula cuadrática.

Ecuación de segundo grado

Ejercicio

Resolver

(a) $\sqrt{x-1} = 2x - 3$

(b) $x + \sqrt{x-4} = 4$

(c) $x^{10} + 6x^5 - 16 = 0$

(d) $\sqrt{x+13} - \sqrt{7-x} = 2$

(e) $\frac{x}{x+2} - \frac{4}{x+1} = -\frac{2}{x+2}$

(f) $\frac{x}{2x-4} - \frac{2}{3} = \frac{7-2x}{3x-6}$

(g) $\frac{1}{3} - \frac{s-2}{2s+4} = \frac{s+2}{3s+6}$

Ejercicio

La suma de dos números es 23 y su producto es 132. Hallar los números.

Ejercicio

La suma de un número con su recíproco es $\frac{10}{3}$. Hallar el número.

Ejercicio

Al mismo tiempo, dos automóviles abandonan una intersección, uno hacia el norte y otro al oeste. Poco tiempo después, están separados exactamente por 100 millas. El que iba al norte ha avanzado 20 millas más que el que se dirigía al oeste. ¿Cuánto ha viajado cada vehículo?

Parte III

Desigualdades

Una *inecuación* es una desigualdad que involucra variables.

Desigualdades lineales

Una *inecuación* es una desigualdad que involucra variables.

El conjunto solución de una inecuación es el conjunto de valores para la variable (o variables) que hacen verdadera la desigualdad.

Una *inecuación* es una desigualdad que involucra variables.

El conjunto solución de una inecuación es el conjunto de valores para la variable (o variables) que hacen verdadera la desigualdad.

Algunos autores llaman simplemente Desigualdades a las inecuaciones y hablan del conjunto solución de la desigualdad.

Desigualdades lineales

Ejemplos

2 es una solución a la inecuación $5x - 18 \leq 0$.

Desigualdades lineales

Ejemplos

2 es una solución a la inecuación $5x - 18 \leq 0$.
10 NO es una solución a la inecuación $5x - 18 \leq 0$.

Ejemplos

2 es una solución a la inecuación $5x - 18 \leq 0$.
10 NO es una solución a la inecuación $5x - 18 \leq 0$.
π es una solución a la inecuación $\cos x \leq 1$

Desigualdades cuadráticas

En forma análoga a las ecuaciones, definimos las inecuaciones o desigualdades lineales y cuadráticas

Ejemplos

$$5x - 18 \leq 0$$

Desigualdades cuadráticas

En forma análoga a las ecuaciones, definimos las inecuaciones o desigualdades lineales y cuadráticas

Ejemplos

$$5x - 18 \leq 0$$

$$1 \leq 3x - 7 \leq x + 2$$

Desigualdades cuadráticas

En forma análoga a las ecuaciones, definimos las inecuaciones o desigualdades lineales y cuadráticas

Ejemplos

$$5x - 18 \leq 0$$

$$1 \leq 3x - 7 \leq x + 2$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

Desigualdades cuadráticas

En forma análoga a las ecuaciones, definimos las inecuaciones o desigualdades lineales y cuadráticas

Ejemplos

$$5x - 18 \leq 0$$
$$1 \leq 3x - 7 \leq x + 2$$
$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

También pueden involucrar expresiones racionales como:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{1 - x^2} < 0$$

Para encontrar el conjunto solución de una inecuación la transformamos en una equivalente utilizando las siguientes propiedades de las desigualdades:

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.
- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.
- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.
- Si $0 < a < b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.
- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.
- Si $0 < a < b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
- Si $0 < a < b$, entonces $0 < a^2 < b^2$

Sean a, b, c números reales

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.
- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$.
- Si $0 < a < b$, entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
- Si $0 < a < b$, entonces $0 < a^2 < b^2$
- Si $0 < a < b$, entonces $0 < \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$2x + 3 < 6 - 7x$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$2x + 3 < 6 - 7x$$
$$2x + 3 + 7x < 6 - 7x + 7x$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &< 6 - 7x \\ 2x + 3 + 7x &< 6 - 7x + 7x \\ 9x + 3 &< 6 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$
\begin{aligned}
2x + 3 &< 6 - 7x \\
2x + 3 + 7x &< 6 - 7x + 7x \\
9x + 3 &< 6 \\
9x + 3 - 3 &< 6 - 3
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &< 6 - 7x \\ 2x + 3 + 7x &< 6 - 7x + 7x \\ 9x + 3 &< 6 \\ 9x + 3 - 3 &< 6 - 3 \\ 9x &< 3 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$
\begin{aligned}
2x + 3 &< 6 - 7x \\
2x + 3 + 7x &< 6 - 7x + 7x \\
9x + 3 &< 6 \\
9x + 3 - 3 &< 6 - 3 \\
9x &< 3 \\
\frac{1}{9}9x &< \frac{1}{9}3
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Para resolver $2x + 3 < 6 - 7x$ procedemos como en una ecuación, teniendo en cuenta las propiedades anteriores.

$$\begin{aligned}
2x + 3 &< 6 - 7x \\
2x + 3 + 7x &< 6 - 7x + 7x \\
9x + 3 &< 6 \\
9x + 3 - 3 &< 6 - 3 \\
9x &< 3 \\
\frac{1}{9}9x &< \frac{1}{9}3 \\
x &< \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

El conjunto de todos los $x < \frac{1}{3}$ puede escribirse como un intervalo, así que la solución de esta desigualdad es

Solución de una desigualdad lineal

El conjunto de todos los $x < \frac{1}{3}$ puede escribirse como un intervalo, así que la solución de esta desigualdad es

$$\text{Solución: } \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$4 - 2x \geq 12 + 3x$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$\begin{aligned} 4 - 2x &\geq 12 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 12 - 4 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$\begin{aligned} 4 - 2x &\geq 12 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 12 - 4 \\ -5x &\geq 8 \end{aligned}$$

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$\begin{aligned} 4 - 2x &\geq 12 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 12 - 4 \\ -5x &\geq 8 \\ -\frac{1}{5}(-5x) &\leq -\frac{1}{5}(8) \end{aligned}$$

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$\begin{aligned} 4 - 2x &\geq 12 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 12 - 4 \\ -5x &\geq 8 \\ -\frac{1}{5}(-5x) &\leq -\frac{1}{5}(8) \\ x &\leq -\frac{8}{5} \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $4 - 2x \geq 12 + 3x$,

$$
\begin{aligned}
4 - 2x &\geq 12 + 3x \\
-2x - 3x &\geq 12 - 4 \\
-5x &\geq 8 \\
-\frac{1}{5}(-5x) &\leq -\frac{1}{5}(8) \\
x &\leq -\frac{8}{5}
\end{aligned}
$$

Solución: $\left(-\infty, -\dfrac{8}{5}\right]$.

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$14 - 7x \leq 8 + 10x$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$\begin{aligned} 14 - 7x &\leq 8 + 10x \\ -7x - 10x &\leq 8 - 14 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$\begin{aligned} 14 - 7x &\leq 8 + 10x \\ -7x - 10x &\leq 8 - 14 \\ -17x &\leq -6 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$
\begin{aligned}
14 - 7x &\leq 8 + 10x \\
-7x - 10x &\leq 8 - 14 \\
-17x &\leq -6 \\
-\frac{1}{17}(-17x) &\geq -\frac{1}{17}(-6)
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$\begin{aligned}
14 - 7x &\leq 8 + 10x \\
-7x - 10x &\leq 8 - 14 \\
-17x &\leq -6 \\
-\frac{1}{17}(-17x) &\geq -\frac{1}{17}(-6) \\
x &\geq \frac{6}{17}
\end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $14 - 7x \leq 8 + 10x$,

$$\begin{aligned}
14 - 7x &\leq 8 + 10x \\
-7x - 10x &\leq 8 - 14 \\
-17x &\leq -6 \\
-\frac{1}{17}(-17x) &\geq -\frac{1}{17}(-6) \\
x &\geq \frac{6}{17}
\end{aligned}$$

$$\text{Solución}: \left[\frac{6}{17}, \infty\right).$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$2 < 15 - 8x \leq 24$$

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$2 < 15 - 8x \leq 24$$
$$2 - 15 < 15 - 8x - 15 \leq 24 - 15$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$\begin{aligned} 2 &< 15 - 8x \leq 24 \\ 2 - 15 &< 15 - 8x - 15 \leq 24 - 15 \\ -13 &< -8x \leq 9 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$
\begin{aligned}
2 &< 15 - 8x \leq 24 \\
2 - 15 &< 15 - 8x - 15 \leq 24 - 15 \\
-13 &< -8x \leq 9 \\
-\frac{1}{8}(-13) &> -\frac{1}{8}(-8x) \geq -\frac{1}{8}(9)
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$\begin{aligned} 2 &< 15 - 8x \leq 24 \\ 2 - 15 &< 15 - 8x - 15 \leq 24 - 15 \\ -13 &< -8x \leq 9 \\ -\frac{1}{8}(-13) &> -\frac{1}{8}(-8x) \geq -\frac{1}{8}(9) \\ \frac{13}{8} &> x \geq -\frac{9}{8} \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $2 < 15 - 8x \leq 24$,

$$\begin{aligned}
2 &< 15 - 8x \leq 24 \\
2 - 15 &< 15 - 8x - 15 \leq 24 - 15 \\
-13 &< -8x \leq 9 \\
-\frac{1}{8}(-13) &> -\frac{1}{8}(-8x) \geq -\frac{1}{8}(9) \\
\frac{13}{8} &> x \geq -\frac{9}{8}
\end{aligned}$$

$$\text{Solución}: \left[-\frac{9}{8}, \frac{13}{8}\right).$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$48 > 12x + 30 \geq 42$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$48 > 12x + 30 \geq 42$$
$$48 - 30 > 12x \geq 42 - 30$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$
\begin{aligned}
48 &> 12x + 30 \geq 42 \\
48 - 30 &> 12x \geq 42 - 30 \\
18 &> 12x \geq 12
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$
\begin{aligned}
48 &> 12x + 30 \geq 42 \\
48 - 30 &> 12x \geq 42 - 30 \\
18 &> 12x \geq 12 \\
\frac{1}{12}(18) &> \frac{1}{12}(12x) \geq \frac{1}{12}(12)
\end{aligned}
$$

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$
\begin{aligned}
48 &> 12x + 30 \geq 42\\
48 - 30 &> 12x \geq 42 - 30\\
18 &> 12x \geq 12\\
\frac{1}{12}(18) &> \frac{1}{12}(12x) \geq \frac{1}{12}(12)\\
\frac{3}{2} &> x \geq 1
\end{aligned}
$$

Solución de una desigualdad lineal

Resolver $48 > 12x + 30 \geq 42$,

$$
\begin{aligned}
48 > 12x + 30 &\geq 42 \\
48 - 30 > 12x &\geq 42 - 30 \\
18 > 12x &\geq 12 \\
\frac{1}{12}(18) > \frac{1}{12}(12x) &\geq \frac{1}{12}(12) \\
\frac{3}{2} > x &\geq 1
\end{aligned}
$$

$$\text{Solución}: \left[1, \frac{3}{2}\right).$$

Desigualdades lineales

Ejercicio

Encontrar el conjunto solución de las siguientes desigualdades.

1. $12 - 3x \leq 6 + 3x$
2. $15 - 6x > 45 - 9x$
3. $-8x + 6 < -4 + 24x$
4. $\frac{3x-5}{-2} \geq 5x - 10$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$.

Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$,

Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$,

$$x^2 + 4x + 3 \geq 0$$

Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$,

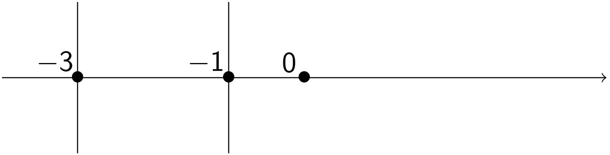
$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 3 &\geq 0 \\ (x+3)(x+1) &\geq 0 \end{aligned}$$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$.

Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$,

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 3 &\geq 0 \\ (x+3)(x+1) &\geq 0 \end{aligned}$$

Los factores $x+3$ y $x+1$ se anulan en los puntos -3 y -1 respectivamente, así que dividimos la recta real como sigue



$(x+3)(x+1) \geq 0$

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, \infty)$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$.

$(x+3)(x+1) \geq 0$

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, \infty)$
Signo de $(x+3)$	$-$	$+$	$+$

$(x+3)(x+1) \geq 0$

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, \infty)$
Signo de $(x+3)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$-$	$+$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$.

$(x+3)(x+1) \geq 0$

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, \infty)$
Signo de $(x+3)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$-$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $x^2 + 4x + 3 \geq 0$.

$(x+3)(x+1) \geq 0$

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, \infty)$
Signo de $(x+3)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$-$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$

$$\text{Solución: } (-\infty, -3] \cup [-1, \infty)\,.$$

Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$$2x^2 - 2x - 12 < 0$$

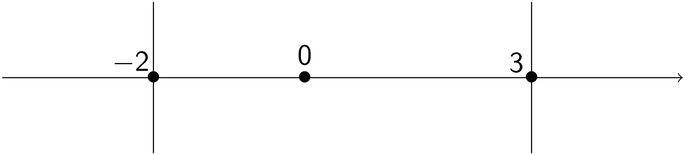
Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 2x - 12 &< 0 \\ 2(x+2)(x-3) &< 0 \end{aligned}$$

Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 2x - 12 &< 0 \\ 2(x+2)(x-3) &< 0 \end{aligned}$$

Los factores $x + 2$ y $x - 3$ se anulan en los puntos -2 y 3 respectivamente, así que dividimos la recta real así



Solución de una desigualdad cuadrática.
Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$2(x+2)(x-3) < 0$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$

$2(x+2)(x-3) < 0$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$

Solución de una desigualdad cuadrática. Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$2(x+2)(x-3) < 0$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x-3)$	$-$	$-$	$+$

Solución de una desigualdad cuadrática.
Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$2(x+2)(x-3) < 0$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x-3)$	$-$	$-$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$

Resolver $2x^2 - 2x - 12 < 0$.

$2(x+2)(x-3) < 0$

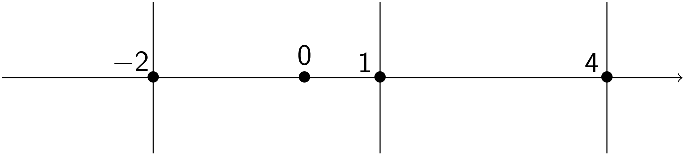
Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x-3)$	$-$	$-$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$

Solución: $(-2, 3)$.

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Los factores $x+2$, $4-x$ y $x-1$ se anulan en los puntos -2, 4 y 1 respectivamente, así que dividimos la recta real así



Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2,1)$	$(1,4)$	$(4,\infty)$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0$.

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 4)$	$(4, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 4)$	$(4, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(4-x)$	$+$	$+$	$+$	$-$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0$.

Intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2,1)$	$(1,4)$	$(4,\infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(4-x)$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de $(x-1)$	$-$	$-$	$+$	$+$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2,1)$	$(1,4)$	$(4,\infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(4-x)$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de $(x-1)$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$	$-$

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 4)$	$(4, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(4-x)$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de $(x-1)$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$	$-$

Solución: $(-\infty, -2] \cup (1, 4]$.

Resolver $\frac{(x+2)(4-x)}{(x-1)} \geq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 4)$	$(4, \infty)$
Signo de $(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(4-x)$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de $(x-1)$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$+$	$-$

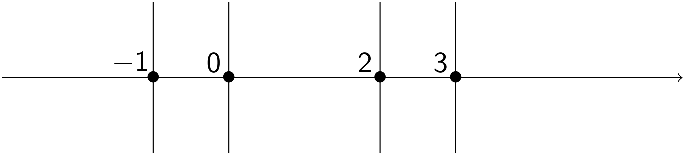
Solución: $(-\infty, -2] \cup (1, 4]$.

¿Por qué el intervalo es cerrado en -2 y en 4 y abierto en 1?

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Los factores $x-2$, $3-x$, x^2 y $x+1$ se anulan en los puntos 2, 3, 0 y -1 respectivamente.



Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,\infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,\infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0.$

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,\infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$-$	$+$	$-$

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0$.

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,\infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$-$	$+$	$-$

Solución: $(-1,0)\cup(0,2]\cup[3,\infty)$.

Resolver $\frac{4(x-2)(3-x)}{x^2(x+1)} \leq 0$.

Intervalo	$(-\infty,-1)$	$(-1,0)$	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,\infty)$
Signo de $(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(3-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de x^2	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo de $(x+1)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
Signo resultante	$+$	$-$	$-$	$+$	$-$

Solución: $(-1,0) \cup (0,2] \cup [3,\infty)$.

¿Puede escribirse $(-1,2]$ en lugar de $(-1,0) \cup (0,2]$?

Encontrar todas las soluciones de las siguientes desigualdades

Ejercicio

1. $\frac{(2x+1)(4-x)}{x^2+2x} \geq 0$
2. $\frac{(x+3)^2(x-3)}{x^2-7x+12} \leq 0$
3. $\frac{(x^2-x)(3x-1)}{x^2-3x-10} \geq 0$
4. $x^4 + 15x^2 < 16$

Parte IV

Desigualdades con valor absoluto

Valor Absoluto

Recordemos que el valor absoluto de un número real corresponde a la distancia que hay entre él y el origen.

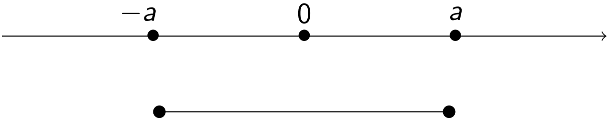
Definición

Sea x un número real,

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

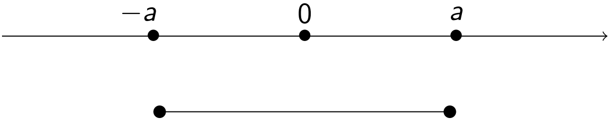
Valor Absoluto

$|x| \leq a$ equivale a $-a \leq x \leq a$, si $a \geq 0$

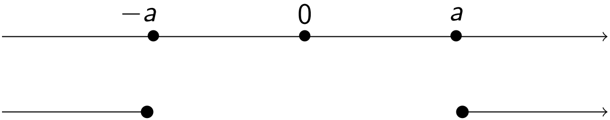


Valor Absoluto

$|x| \leq a$ equivale a $-a \leq x \leq a$, si $a \geq 0$



$|x| \geq a$ equivale a $x \geq a$ o $x \leq -a$, si $a \geq 0$



Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|2x + 1| \leq 4$.

Resolver $|2x+1| \leq 4$.

$$|2x+1| \leq 4$$

Resolver $|2x+1| \leq 4$.

$$\begin{aligned} |2x+1| &\leq 4 \\ -4 \leq 2x+1 &\leq 4 \end{aligned}$$

Resolver $|2x+1| \leq 4$.

$$\begin{aligned} |2x+1| &\leq 4 \\ -4 \leq 2x+1 &\leq 4 \\ -4-1 \leq 2x &\leq 4-1 \end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|2x + 1| \leq 4$.

$$
\begin{aligned}
|2x + 1| &\leq 4 \\
-4 \leq 2x + 1 &\leq 4 \\
-4 - 1 \leq 2x &\leq 4 - 1 \\
-5 \leq 2x &\leq 3
\end{aligned}
$$

Resolver $|2x+1| \leq 4$.

$$
\begin{aligned}
|2x+1| &\leq 4 \\
-4 \leq 2x+1 &\leq 4 \\
-4-1 \leq 2x &\leq 4-1 \\
-5 \leq 2x &\leq 3 \\
-\frac{5}{2} \leq x &\leq \frac{3}{2}
\end{aligned}
$$

Resolver $|2x+1| \leq 4$.

$$
\begin{aligned}
|2x+1| &\leq 4 \\
-4 \leq 2x+1 &\leq 4 \\
-4-1 \leq 2x &\leq 4-1 \\
-5 \leq 2x &\leq 3 \\
-\frac{5}{2} \leq x &\leq \frac{3}{2}
\end{aligned}
$$

Solución: $\left[-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right]$.

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|8 - 3x| \leq 5$.

Resolver $|8 - 3x| \leq 5$.

$$|8 - 3x| \leq 5$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|8 - 3x| \leq 5$.

$$\begin{aligned} |8 - 3x| &\leq 5 \\ -5 \leq 8 - 3x &\leq 5 \end{aligned}$$

Resolver $|8-3x| \leq 5$.

$$\begin{aligned} |8-3x| &\leq 5 \\ -5 \leq 8-3x &\leq 5 \\ -5-8 \leq -3x &\leq 5-8 \end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|8 - 3x| \leq 5$.

$$\begin{aligned} |8 - 3x| &\leq 5 \\ -5 \leq 8 - 3x &\leq 5 \\ -5 - 8 \leq -3x &\leq 5 - 8 \\ -13 \leq -3x &\leq -3 \end{aligned}$$

Resolver $|8-3x| \leq 5$.

$$
\begin{aligned}
|8-3x| &\leq 5 \\
-5 \leq 8-3x &\leq 5 \\
-5-8 \leq -3x &\leq 5-8 \\
-13 \leq -3x &\leq -3 \\
-\frac{1}{3}(-13) \geq x &\geq -\frac{1}{3}(-3)
\end{aligned}
$$

Resolver $|8-3x| \leq 5$.

$$
\begin{aligned}
|8-3x| &\leq 5\\
-5 \leq 8-3x &\leq 5\\
-5-8 \leq -3x &\leq 5-8\\
-13 \leq -3x &\leq -3\\
-\frac{1}{3}(-13) \geq x &\geq -\frac{1}{3}(-3)\\
\frac{13}{3} \geq x &\geq 1
\end{aligned}
$$

Resolver $|8-3x| \leq 5$.

$$
\begin{aligned}
|8-3x| &\leq 5\\
-5 \leq 8-3x &\leq 5\\
-5-8 \leq -3x &\leq 5-8\\
-13 \leq -3x &\leq -3\\
-\frac{1}{3}(-13) \geq x &\geq -\frac{1}{3}(-3)\\
\frac{13}{3} \geq x &\geq 1
\end{aligned}
$$

$$\text{Solución: } \left[1, \frac{13}{3}\right].$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

Resolver $|12+4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12+4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12+4x \geq 6$$

$$12+4x \leq -6$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \end{aligned}$$

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \\ 4x &\leq -18 \end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$12 + 4x \geq 6$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|12+4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12+4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12+4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12+4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6-12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12+4x &\geq 6 \\ 4x &\geq 6-12 \end{aligned}$$

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\geq 6 \\ 4x &\geq 6 - 12 \\ 4x &\geq -6 \end{aligned}$$

Resolver $|12 + 4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12 + 4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12 + 4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12 + 4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6 - 12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 12 + 4x &\geq 6 \\ 4x &\geq 6 - 12 \\ 4x &\geq -6 \\ x &\geq -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|12+4x| \geq 6$. Por la propiedad tenemos que

$$12+4x \leq -6 \qquad \text{o} \qquad 12+4x \geq 6$$

$$\begin{aligned} 12+4x &\leq -6 \\ 4x &\leq -6-12 \\ 4x &\leq -18 \\ x &\leq -\frac{9}{2} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 12+4x &\geq 6 \\ 4x &\geq 6-12 \\ 4x &\geq -6 \\ x &\geq -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } \left(-\infty, -\frac{9}{2}\right] \cup \left[-\frac{3}{2}, \infty\right).$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$25 - 7x \leq -8$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \end{aligned}$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned}$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned}$$

$$25 - 7x \geq 8$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\geq 8 \\ -7x &\geq 8 - 25 \end{aligned}$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 25 - 7x &\geq 8 \\ -7x &\geq 8 - 25 \\ -7x &\geq -17 \end{aligned}$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 25 - 7x &\geq 8 \\ -7x &\geq 8 - 25 \\ -7x &\geq -17 \\ x &\leq \frac{17}{7} \end{aligned}$$

Resolver $|25 - 7x| \geq 8$. Por la propiedad tenemos que,

$$25 - 7x \leq -8 \qquad \text{o} \qquad 25 - 7x \geq 8$$

$$\begin{aligned} 25 - 7x &\leq -8 \\ -7x &\leq -8 - 25 \\ -7x &\leq -33 \\ x &\geq \frac{33}{7} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 25 - 7x &\geq 8 \\ -7x &\geq 8 - 25 \\ -7x &\geq -17 \\ x &\leq \frac{17}{7} \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } \left(-\infty, \frac{17}{7}\right] \cup \left[\frac{33}{7}, \infty\right).$$

Desigualdades con valor absoluto

Para resolver $|x+2|-|x-1|>2$ usamos la definición,

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \\ -(x+2) & \text{si } x+2 < 0 \end{cases}$$

Para resolver $|x+2|-|x-1|>2$ usamos la definición,

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \\ -(x+2) & \text{si } x+2 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x+2 & \text{si } x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

Desigualdades con valor absoluto

Para resolver $|x+2| - |x-1| > 2$ usamos la definición,

$$
\begin{aligned}
|x+2| &= \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \\ -(x+2) & \text{si } x+2 < 0 \end{cases} \\
&= \begin{cases} x+2 & \text{si } x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x < -2 \end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{si } x-1 \geq 0 \\ -(x-1) & \text{si } x-1 < 0 \end{cases}
$$

Desigualdades con valor absoluto

Para resolver $|x+2|-|x-1|>2$ usamos la definición,

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \\ -(x+2) & \text{si } x+2 < 0 \end{cases}$$

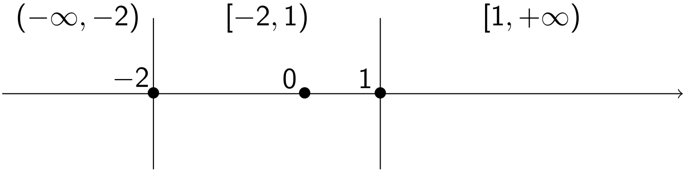
$$= \begin{cases} x+2 & \text{si } x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{si } x-1 \geq 0 \\ -(x-1) & \text{si } x-1 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x-1 & \text{si } x \geq 1 \\ -x+1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Desigualdades con valor absoluto

La recta real se divide en tres sub-intervalos



Desigualdades con valor absoluto

En $(-\infty, -2)$

$$|x+2| - |x-1| > 2$$

Desigualdades con valor absoluto

En $(-\infty, -2)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(-x-2) - (-x+1) &> 2
\end{aligned}
$$

En $(-\infty, -2)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(-x-2) - (-x+1) &> 2 \\
-3 &> 2 \text{ Falso}
\end{aligned}
$$

Desigualdades con valor absoluto

En $(-\infty, -2)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (-x-2) - (-x+1) &> 2 \\ -3 &> 2 \text{ Falso} \\ S_1 &= \emptyset \end{aligned}$$

En $(-\infty, -2)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (-x-2) - (-x+1) &> 2 \\ -3 &> 2 \text{ Falso} \\ S_1 &= \emptyset \end{aligned}$$

En $[-2, 1)$

$$|x+2| - |x-1| > 2$$

Desigualdades con valor absoluto

En $(-\infty, -2)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (-x-2) - (-x+1) &> 2 \\ -3 &> 2 \text{ Falso} \\ S_1 &= \emptyset \end{aligned}$$

En $[-2, 1)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (x+2) - (-x+1) &> 2 \end{aligned}$$

En $(-\infty, -2)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(-x-2) - (-x+1) &> 2 \\
-3 &> 2 \text{ Falso} \\
S_1 &= \emptyset
\end{aligned}
$$

En $[-2, 1)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(x+2) - (-x+1) &> 2 \\
2x+1 &> 2
\end{aligned}
$$

En $(-\infty, -2)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(-x-2) - (-x+1) &> 2 \\
-3 &> 2 \text{ Falso} \\
S_1 &= \emptyset
\end{aligned}
$$

En $[-2, 1)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(x+2) - (-x+1) &> 2 \\
2x+1 &> 2 \\
x &> 1/2
\end{aligned}
$$

En $(-\infty, -2)$

$$\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2\\
(-x-2) - (-x+1) &> 2\\
-3 &> 2 \text{ Falso}\\
S_1 &= \emptyset
\end{aligned}$$

En $[-2, 1)$

$$\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2\\
(x+2) - (-x+1) &> 2\\
2x+1 &> 2\\
x &> 1/2\\
S_2 &= \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \cap [-2, 1)
\end{aligned}$$

Desigualdades con valor absoluto

En $[1, \infty)$

$$|x + 2| - |x - 1| > 2$$

En $[1, \infty)$

$$
\begin{aligned}
|x+2| - |x-1| &> 2 \\
(x+2) - (x-1) &> 2
\end{aligned}
$$

En $[1, \infty)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (x+2) - (x-1) &> 2 \\ 3 &> 2 \end{aligned}$$

En $[1, \infty)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (x+2) - (x-1) &> 2 \\ 3 &> 2 \\ S_3 &= \mathbb{R} \cap [1, \infty) = [1, \infty) \end{aligned}$$

En $[1, \infty)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (x+2) - (x-1) &> 2 \\ 3 &> 2 \\ S_3 &= \mathbb{R} \cap [1, \infty) = [1, \infty) \end{aligned}$$

Solución $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$

En $[1, \infty)$

$$\begin{aligned} |x+2| - |x-1| &> 2 \\ (x+2) - (x-1) &> 2 \\ 3 &> 2 \\ S_3 &= \mathbb{R} \cap [1, \infty) = [1, \infty) \end{aligned}$$

Solución $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$

$$S = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup [1, +\infty).$$

Ejercicio

Encuentre el conjunto solución de las siguientes desigualdades

1. $\left|\frac{2-5x}{3x}\right| \geq 4$
2. $|12x - 8| > 7$
3. $\frac{4}{|3x-2|} \geq 6$
4. $1 < |2x - 5| < 8$