MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autora: Jeanneth Galeano Peñaloza
Edición: Oscar Guillermo Riaño

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Si n es un entero positivo y a es un número real, se define

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Si n es un entero positivo y a es un número real, se define

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Si $a \neq 0$, como $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ escribimos $a^{-1} = \frac{1}{a}$ y $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad\quad \bigstar \frac{a^m}{a^m} = a^0 = 1$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\bigstar \frac{a^m}{a^m} = a^0 = 1$
- $(a^m)^n = a^{mn}$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ★ $\frac{a^m}{a^m} = a^0 = 1$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$

Leyes de los exponentes

Propiedades

Para m, n enteros positivos, $a \neq 0$, $b \neq 0$

- $a^m a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad\quad \bigstar \frac{a^m}{a^m} = a^0 = 1$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Radicales

Sean n un entero positivo mayor que 1 y a un número real.

- Si $a > 0$, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real positivo b tal que $b^n = a$

Sean n un entero positivo mayor que 1 y a un número real.

- Si $a > 0$, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real positivo b tal que $b^n = a$
- Si $a < 0$ y n es impar, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real negativo b, tal que $b^n = a$

Radicales

Sean n un entero positivo mayor que 1 y a un número real.

- Si $a > 0$, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real positivo b tal que $b^n = a$
- Si $a < 0$ y n es impar, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real negativo b, tal que $b^n = a$
- Si $a < 0$ y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ no es un número real.

Radicales

Sean n un entero positivo mayor que 1 y a un número real.

- Si $a > 0$, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real positivo b tal que $b^n = a$
- Si $a < 0$ y n es impar, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real negativo b, tal que $b^n = a$
- Si $a < 0$ y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ no es un número real.
- Si $a = 0$, entonces $\sqrt[n]{a} = 0$

Propiedades de los radicales

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$, si $\sqrt[n]{a}$ es un número real
- $(\sqrt[2]{25})^2 = 25$

Propiedades de los radicales

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$, si $\sqrt[n]{a}$ es un número real
- $\sqrt[n]{a^n} = a$, si $a \geq 0$

- $(\sqrt[2]{25})^2 = 25$
- $\sqrt[3]{2^3} = 2$

Propiedades de los radicales

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$, si $\sqrt[n]{a}$ es un número real
- $\sqrt[n]{a^n} = a$, si $a \geq 0$
- $\sqrt[n]{a^n} = a$, si $a < 0$ y n es impar

- $(\sqrt[2]{25})^2 = 25$
- $\sqrt[3]{2^3} = 2$
- $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

Propiedades de los radicales

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$, si $\sqrt[n]{a}$ es un número real
- $\sqrt[n]{a^n} = a$, si $a \geq 0$
- $\sqrt[n]{a^n} = a$, si $a < 0$ y n es impar
- $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, si $a < 0$ y n es par

- $(\sqrt[2]{25})^2 = 25$
- $\sqrt[3]{2^3} = 2$
- $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$
- $\sqrt[2]{(-4)^2} = 4 = |-4|$

Propiedades de los radicales

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[2]{36} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{9}$

Propiedades de los radicales

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

- $\sqrt[2]{36} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{9}$
- $\sqrt[2]{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt[2]{36}}{\sqrt[2]{49}}$

Propiedades de los radicales

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

- $\sqrt[2]{36} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{9}$
- $\sqrt[2]{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt[2]{36}}{\sqrt[2]{49}}$
- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[6]{64}$

Propiedades de los radicales

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

- $\sqrt[2]{36} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{9}$
- $\sqrt[2]{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt[2]{36}}{\sqrt[2]{49}}$
- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[6]{64}$

OJO si n es par y a y b son negativos $\sqrt[n]{ab}$ existe, pero $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{b}$ no existe.

Propiedades de los radicales

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

- $\sqrt[2]{36} = \sqrt[2]{4 \times 9} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{9}$
- $\sqrt[2]{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt[2]{36}}{\sqrt[2]{49}}$
- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[6]{64}$

OJO si n es par y a y b son negativos $\sqrt[n]{ab}$ existe, pero $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{b}$ no existe.

NOTA. Para que estas igualdades se den, recuerde que todas las expresiones involucradas deben existir y ser reales.

Exponentes racionales

Con el fin de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las leyes descritas anteriormente,

$$\left(a^{1/n}\right)^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

Exponentes racionales

Con el fin de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las leyes descritas anteriormente,

$$\left(a^{1/n}\right)^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

entonces, según la definición de la raíz n-ésima

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

Exponentes racionales

Con el fin de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las leyes descritas anteriormente,

$$\left(a^{1/n}\right)^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

entonces, según la definición de la raíz n-ésima

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

En general, para m/n un número racional, con $n > 1$ y a un número real tenemos

- $a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$.

Exponentes racionales

Con el fin de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las leyes descritas anteriormente,

$$\left(a^{1/n}\right)^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

entonces, según la definición de la raíz n-ésima

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

En general, para m/n un número racional, con $n > 1$ y a un número real tenemos

- $a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$.
- $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Exponentes racionales

Con el fin de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las leyes descritas anteriormente,

$$\left(a^{1/n}\right)^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

entonces, según la definición de la raíz n-ésima

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}.$$

En general, para m/n un número racional, con $n > 1$ y a un número real tenemos

- $a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$.
- $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Si n es par, entonces es necesario que $a \geq 0$.

Ejemplo

Simplificar

Exponentes

Ejemplo

Simplificar

$$\frac{4^5 \times 6^3}{9^2 \times 10^4}$$

Ejemplo

Simplificar

$$\frac{4^5 \times 6^3}{9^2 \times 10^4} = \frac{(2^2)^5 \times (2 \times 3)^3}{(3^2)^2 \times (5 \times 2)^4}$$

Ejemplo

Simplificar

$$\frac{4^5 \times 6^3}{9^2 \times 10^4} = \frac{(2^2)^5 \times (2 \times 3)^3}{(3^2)^2 \times (5 \times 2)^4}$$
$$= \frac{2^{10} \times 2^3 \times 3^3}{3^4 \times 5^4 \times 2^4}$$

Exponentes

Ejemplo

Simplificar

$$\frac{4^5 \times 6^3}{9^2 \times 10^4} = \frac{(2^2)^5 \times (2 \times 3)^3}{(3^2)^2 \times (5 \times 2)^4}$$
$$= \frac{2^{10} \times 2^3 \times 3^3}{3^4 \times 5^4 \times 2^4}$$
$$= \frac{2^{13} \times 3^3}{3^4 \times 5^4 \times 2^4}$$

Ejemplo

Simplificar

$$
\begin{aligned}
\frac{4^5 \times 6^3}{9^2 \times 10^4} &= \frac{(2^2)^5 \times (2 \times 3)^3}{(3^2)^2 \times (5 \times 2)^4} \\
&= \frac{2^{10} \times 2^3 \times 3^3}{3^4 \times 5^4 \times 2^4} \\
&= \frac{2^{13} \times 3^3}{3^4 \times 5^4 \times 2^4} \\
&= \frac{2^9}{3 \times 5^4}
\end{aligned}
$$

Exponentes

Ejercicio

Simplifique las siguientes expresiones.

1. $\frac{(3\times5)^4\times4^{15}}{2^6\times3^8}\left(\frac{3}{5}\right)^9$
2. $\frac{2^{2/3}\times5^{1/4}}{4^{5/3}}$
3. $\frac{\sqrt[5]{8}\times8^{3/2}}{2^{5/4}}\cdot\sqrt[8]{16^4}$