MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autores: Margarita Ospina Pulido
Lorenzo Acosta Gempeler
Edición: Jeanneth Galeano Peñaloza
Rafael Ballestas Rojano

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Parte I

Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$									

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1								

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2							

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$						

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4					

Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$				

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8			

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$		

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$	16	

Definamos una nueva función en $\mathbb{R}$ así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$	16	$\frac{1}{16}$

Ayudados por los datos obtenidos y notando que:

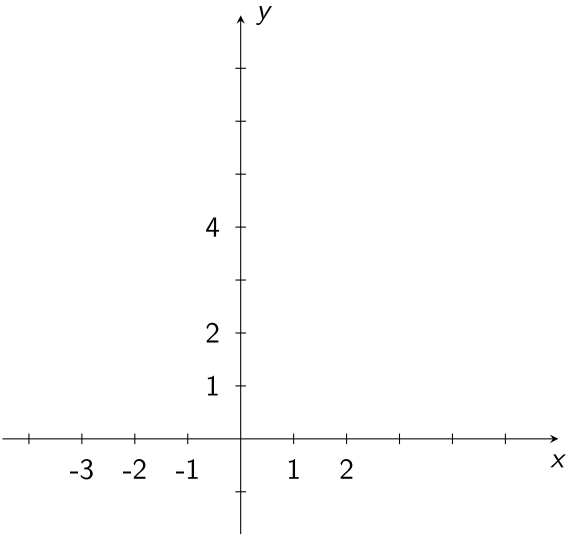
- si n es natural $f(n) = 2^n$ (aumenta su valor si n aumenta)

Ayudados por los datos obtenidos y notando que:

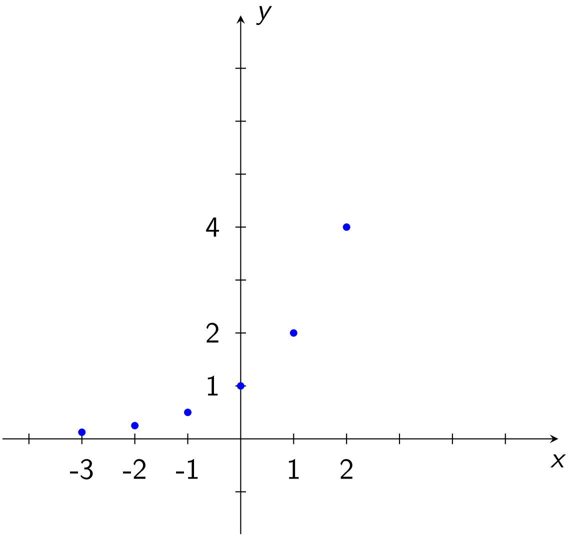
- si n es natural $f(n) = 2^n$ (aumenta su valor si n aumenta)
- y que $f(-n) = 2^{-n} = \dfrac{1}{2^n}$ (cada vez más pequeño pero siempre mayor que cero)

tenemos la siguiente gráfica

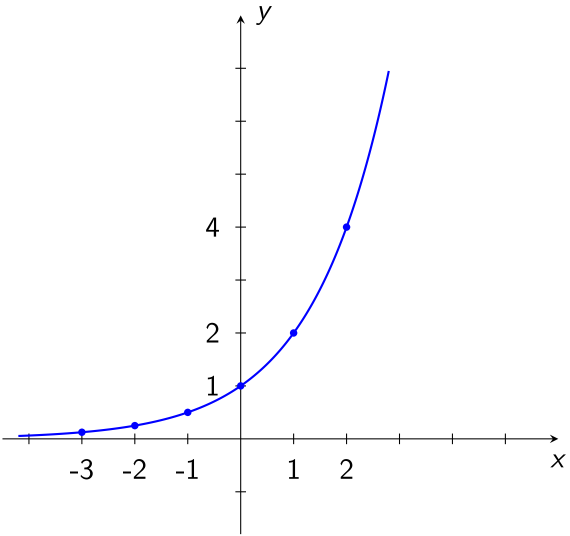
Función exponencial $f(x) = 2^x$



Función exponencial $f(x) = 2^x$



Función exponencial $f(x) = 2^x$

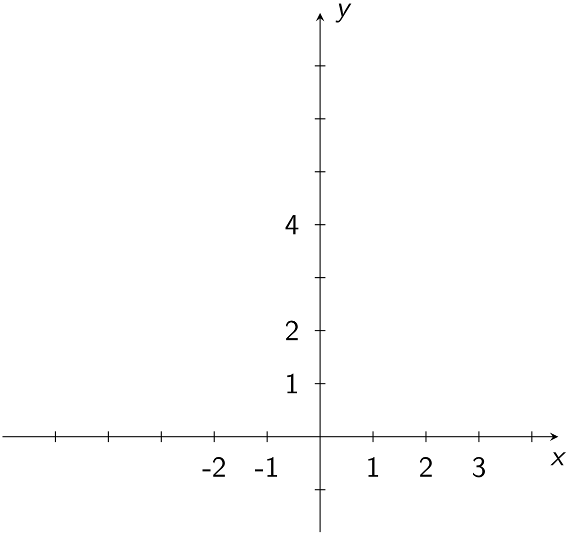


¿Cómo es la gráfica de $y = 2^{-x}$?

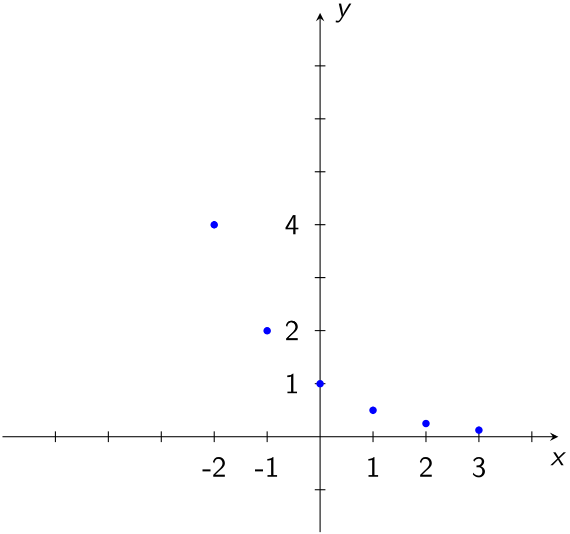
¿Cómo es la gráfica de $y = 2^{-x}$?

Sabemos que se obtiene de la anterior haciendo una simetría con respecto al eje y.

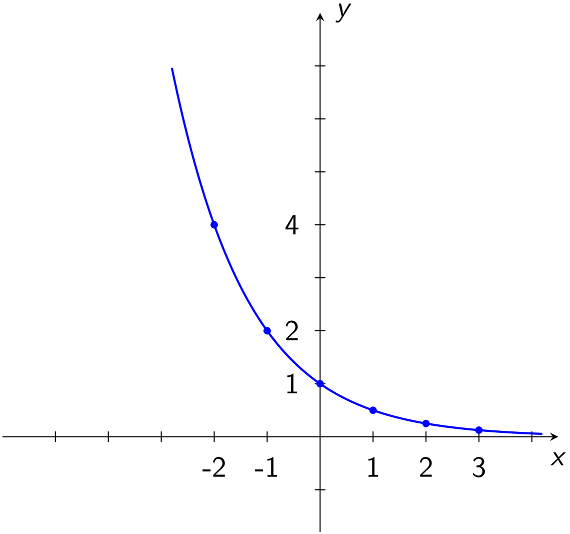
Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$



Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$



Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$



¿Qué es 2^{-x}?

¿Qué es 2^{-x}?

$$2^{-x} = (2^{-1})^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

¿Qué es 2^{-x}?

$$2^{-x} = (2^{-1})^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Luego hemos construido la gráfica de la función exponencial

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Generalicemos:

Generalicemos:
Llamamos **función exponencial de base** a, con $a > 0$, a la función definida por:

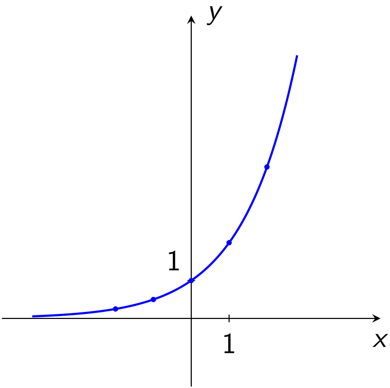
$$f(x) = a^x.$$

Generalicemos:
Llamamos **función exponencial de base** a, con $a > 0$, a la función definida por:

$$f(x) = a^x.$$

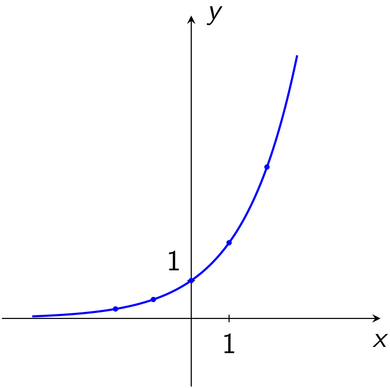
La gráfica de la función dependerá del valor de a.

Función exponencial $f(x) = a^x$

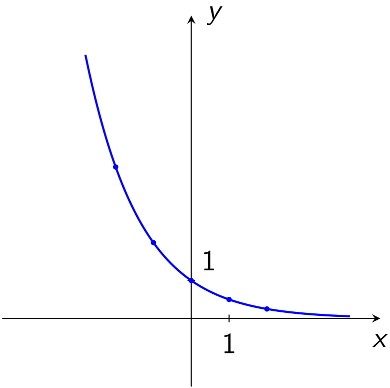


$a > 1$

Función exponencial $f(x) = a^x$



$a > 1$



$0 < a < 1$

Nótese que para $a < 0$ no se define la función exponencial ya que por ejemplo $(a)^{1/2}$ no es un número real.

Nótese que para $a < 0$ no se define la función exponencial ya que por ejemplo $(a)^{1/2}$ no es un número real.

Para $a = 1$, como $1^x = 1$ para todo x real, "la función exponencial de base 1" sería simplemente la función constante de valor 1.

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\mathrm{Im}(f) = (0, \infty)$

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- f es inyectiva

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- f es inyectiva
- Si $a > 1$ los valores $f(x)$ aumentan a medida que x aumenta.

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- f es inyectiva
- Si $a > 1$ los valores $f(x)$ aumentan a medida que x aumenta.
- Si $0 < a < 1$ los valores de $f(x)$ disminuyen a medida que x aumenta.

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$
  (f transforma sumas en productos)

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$
  (f transforma sumas en productos)
- $f(x-y) = a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} = \dfrac{f(x)}{f(y)}$

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$
  (f transforma sumas en productos)
- $f(x-y) = a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} = \dfrac{f(x)}{f(y)}$
  (f transforma restas en cocientes)

Propiedades de las funciones exponenciales

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$
  (f transforma sumas en productos)
- $f(x-y) = a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} = \dfrac{f(x)}{f(y)}$
  (f transforma restas en cocientes)
- $f(kx) = a^{kx} = (a^x)^k = (f(x))^k$

Sea $f(x) = a^x$. Entonces:

- $f(x+y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$
  (f transforma sumas en productos)
- $f(x-y) = a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} = \dfrac{f(x)}{f(y)}$
  (f transforma restas en cocientes)
- $f(kx) = a^{kx} = (a^x)^k = (f(x))^k$
  (f transforma coeficientes en exponentes)

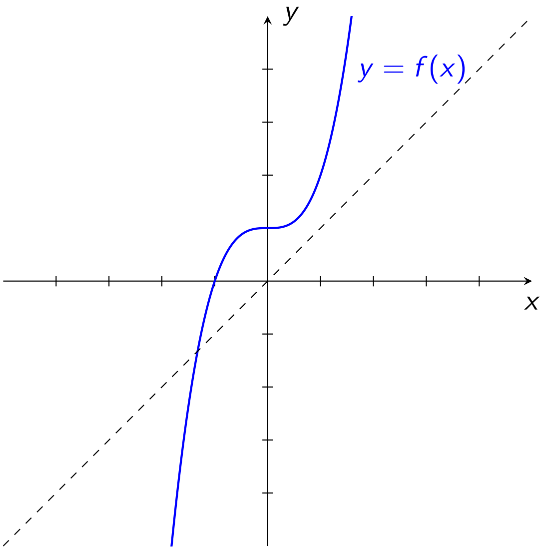
Observación

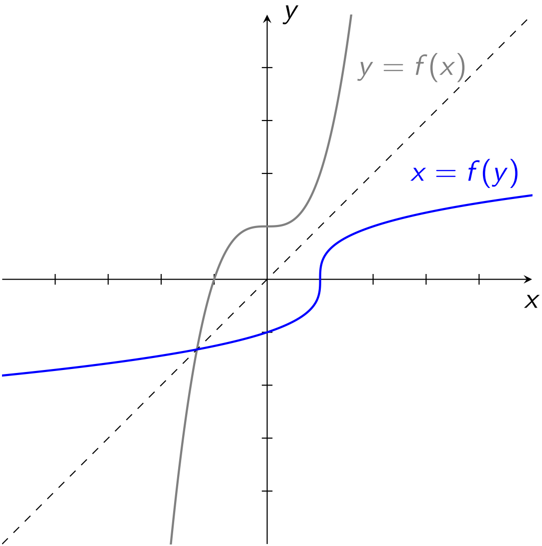
- Sea f una función inyectiva. La gráfica de f está determinada por la ecuación $y = f(x)$.

Observación

- Sea f una función inyectiva. La gráfica de f está determinada por la ecuación $y = f(x)$.
- Si intercambiamos las variables x e y obtenemos la ecuación $x = f(y)$ cuya gráfica se obtiene de la anterior mediante una simetría con respecto a la recta $y = x$.

Funciones inyectivas e inversas




y
$y = f(x)$
$x = f(y)$
x

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y)$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y))$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x)$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$\begin{aligned} &f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y \\ &g \circ f(x) \end{aligned}$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$
$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$
$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y)$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$
$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y) = x$$

Como f es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función g.
¿Qué relación hay entre f y g?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$
$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y) = x$$

La función g se llama **la inversa de** f y se acostumbra a notar f^{-1}.

Resumamos ahora la relación entre f y f^{-1}:

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

Funciones inyectivas e inversas

Resumamos ahora la relación entre f y f^{-1}:

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

Además,

$$\mathrm{Dom}(f^{-1}) = \mathrm{Im}(f) \quad \text{e} \quad \mathrm{Im}(f^{-1}) = \mathrm{Dom}(f)$$

Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$

Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$

o bien:

$$y = \log_2 x \iff x = 2^y$$

Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

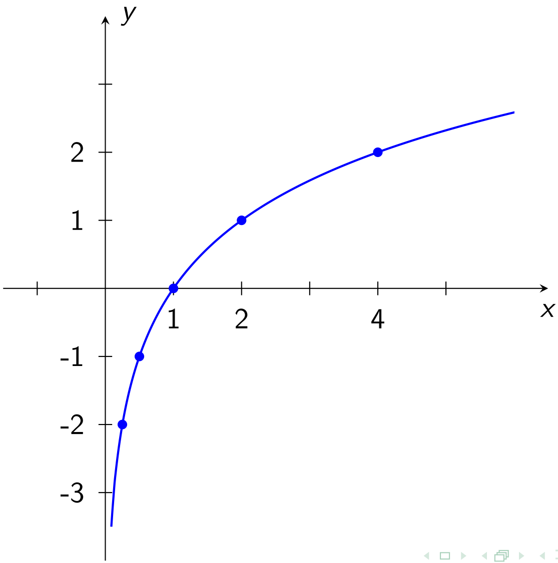
$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$

o bien:

$$y = \log_2 x \iff x = 2^y$$

Esta función tendrá la siguiente gráfica:

Función logaritmo $f(x) = \log_2 x$

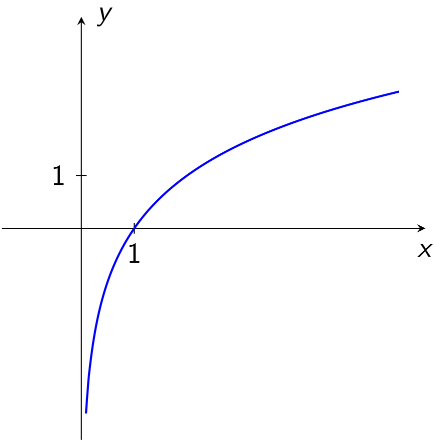


En general, la inversa de la función exponencial de base a es la función logarítmica de base a.

$$y = \log_a x \iff x = a^y$$

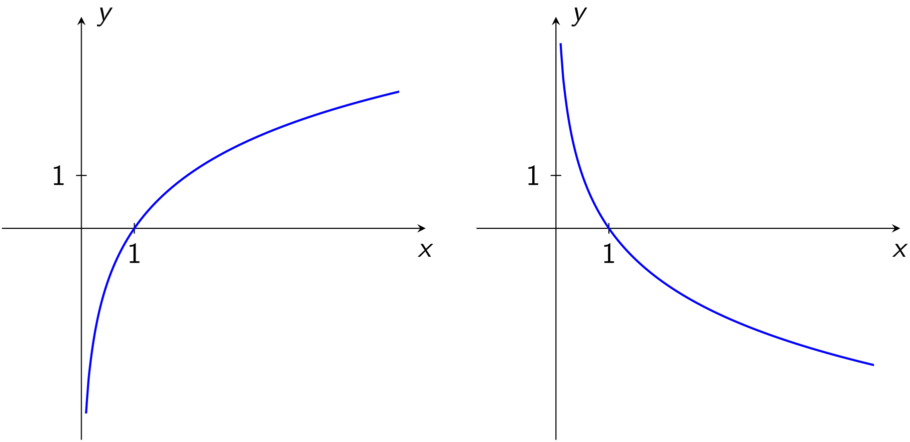
Su gráfica es de la forma:

Función logaritmo $f(x) = \log_a x$



$a > 1$

Función logaritmo $f(x) = \log_a x$



$a > 1$ $\quad$ $0 < a < 1$

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy)$

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y)$

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\quad\quad$ $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad$ $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)$

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad \mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y)$

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad \mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad$ $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.
  (g transforma cocientes en diferencias)

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.
  (g transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = log_a(x^k)$

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = log_a\left(\frac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.
  (g transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = log_a(x^k) = klog_a(x)$

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.
  (g transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = log_a(x^k) = klog_a(x) = kg(x)$.

Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si $g(x) = \log_a x$ entonces:

- $\mathrm{Dom}(g) = (0, \infty)$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{Im}(g) = \mathbb{R}$.
- $g(xy) = log_a(xy) = log_a(x) + log_a(y) = g(x) + g(y)$.
  (g transforma productos en sumas)
- $g\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = log_a(x) - log_a(y) = g(x) - g(y)$.
  (g transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = log_a(x^k) = klog_a(x) = kg(x)$.
  (g transforma exponentes en coeficientes)

Las funciones exponencial natural y logaritmo natural

La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a $2,7183$.

Las funciones exponencial natural y logaritmo natural

La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a $2,7183$.

La notamos:

$$y = e^x$$

Las funciones exponencial natural y logaritmo natural

La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a $2,7183$.

La notamos:

$$y = e^x$$

La función logaritmo natural es la inversa de la función exponencial natural y tiene una notación muy particular:

$$\log_e x = \ln x$$

Ejercicio 1

Calcular:

(a) $\log_2 128$ (b) $\log_3 81$

(c) $\log_{10} 10000$ (d) $\log_4 256$

Ejercicio 2

Halle el dominio de las siguientes funciones:

(a) $g(x) = \log_3(x^2 - 1)$

(b) $h(x) = \log_2\left(\dfrac{x+1}{x^2-9}\right)$

(c) $u(x) = \log_2(|x|)$

(d) $v(x) = \ln(x+3)$

Ejercicio 3

Haga la gráfica de las siguientes funciones:

(a) $u(x) = \log_2(|x|)$

(b) $v(x) = 2 + \ln(x + 3)$

(c) $w(x) = 1 - 2^x$

(d) $g(x) = 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones

Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos
- Vida media de sustancias radioactivas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos
- Vida media de sustancias radioactivas
- Fechado de fósiles con carbono