

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá

Departamento de Matemáticas

Matemáticas Básicas C.H., C. S. y C.E. - Grupos 10 al 21.

Facultades de Medicina, Enfermería, Odontología, Ciencias Humanas, Ciencias Económicas y programa de Veterinaria

Coordinación: Jeanneth Galeano

Solucionario - Taller 6

Colaboración: Monitor Omar Palacios.

I. Dom $f : \mathbb{R} - \{2, 3\}$ Dom $g : \mathbb{R} - [0, 1)$ Dom $h : [-5, \infty)$ Dom $m : (0, \infty)$
Dom $k : \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}\}$ Dom $l : (-\infty, \frac{1}{2})$ Dom $j : (3, \infty) - \{4\}$ Dom $n : \mathbb{R}$.

II. a) b) c) y d)

Dom $f : \mathbb{R}$, Im $f : [0, \infty)$ no inyectiva, si par, no impar.

Dom $g : (0, \infty)$, Im $g : \mathbb{R}$ si inyectiva, no par, no impar.

Dom $h : \mathbb{R}$, Im $h : (-\infty, \frac{49}{8}]$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $j : \mathbb{R}$, Im $j : [0, \infty)$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $k : \mathbb{R} - \{0\}$, Im $k : \mathbb{R} - \{0\}$ si inyectiva, no par, si impar.

Dom $l : \mathbb{R}$, Im $l : (-\infty, 1]$ no inyectiva, no par, no impar.

Dom $n : \mathbb{R}$, Im $n : (0, \infty)$ si inyectiva, no par, no impar.

e) 1) $(f - k)(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ dominio $\mathbb{R} - \{0\}$

2) $(f \times k)(x) = (x^2) \frac{1}{x} = x$ dominio $\mathbb{R} - \{0\}$

3) $(h + f)(x) = -2x^2 + 6x + 3 + x^2 = -x^2 + 6x + 3$ dominio \mathbb{R}

4) $\frac{h}{g}(x) = \frac{-2x^2 + 5x + 3}{\ln x}$ dominio $(0, \infty) - \{1\}$

5) $\frac{f}{h}(x) = \frac{x^2}{-2x^2 + 5x + 3}$ dominio $\mathbb{R} - \{3, -\frac{1}{2}\}$

III y IV En general, dada la gráfica de $y = F(x)$ y c una constante positiva, las demás se construyen así:

a) $y = F(x + c)$ desplazamiento a la izquierda c unidades

b) $y = F(x - c)$ desplazamiento a la derecha c unidades

c) $y = F(x) + c$ desplazamiento hacia arriba c unidades

d) $y = F(x) - c$ desplazamiento hacia abajo c unidades

e) $y = cF(x)$ alargamiento ($c > 1$) o compresión ($0 < c < 1$) c unidades en forma vertical

w) (Adicional al taller) $y = -F(x)$ reflexión con respecto al eje x .

z) (Adicional al taller) $y = F(-x)$ reflexión con respecto al eje y .

f) $y = -cF(x)$ alargamiento ($c > 1$) o compresión ($0 < c < 1$) c unidades en forma vertical y además reflexión con respecto al eje x .

g) $y = F(cx)$ con $c > 1$ alargamiento c unidades horizontalmente.

h) $y = F(cx)$ con $0 < c < 1$ compresión c unidades horizontalmente.

V. a) Dom $f : \mathbb{R}$, Im $f : [1, \infty)$. Dom $g : \mathbb{R}$, Im $g : [0, \infty)$.

Dom $h : \mathbb{R}$, Im $h : (-\infty, \frac{49}{8}]$. Dom $j : \mathbb{R}$, Im $j : (0, \infty)$.

Dom $n : [0, \infty)$, Im $n : [0, \infty)$ Dom $k : \mathbb{R} - \{0\}$, Im $k : \mathbb{R} - \{0\}$.

Dom $m : \mathbb{R}$, Im $m : \{-1, 0, 1\}$. Dom $l : (0, \infty)$, Im $l : \mathbb{R}$.

b) $(n \circ k)(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$ dominio: $(0, \infty)$.

$$(k \circ n)(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{dominio: } (0, \infty).$$

$$(g \circ k)(x) = \left| \frac{1}{x} \right| + \frac{1}{x} \quad \text{dominio: } \mathbb{R} - \{0\}.$$

$$(n \circ h)(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x + 3} \quad \text{dominio: } \left[-\frac{1}{2}, 3\right]$$

$$(k \circ m)(x) = \frac{|x|}{x} \quad \text{dominio: } \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(n \circ f)(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad \text{dominio: } \mathbb{R}$$

$$(f \circ n)(x) = x + 1 \quad \text{dominio: } [0, \infty)$$

$$(n \circ l)(x) = \sqrt{2 + \ln x} \quad \text{dominio: } [e^{-2}, \infty)$$

$$(l \circ h)(x) = 2 + \ln(-2x^2 + 5x + 3) \quad \text{dominio: } \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

$$(l \circ f)(x) = 2 + \ln(x^2 + 1) \quad \text{dominio: } \mathbb{R}.$$

$$\text{VI. a) } A = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2 \quad P = 3l \quad \text{b) } l = \frac{d}{\sqrt{2}} \quad A = \frac{d^2}{2} \quad \text{c) } V = l^3 \quad S = 6l^2.$$

VII. Constante de valor 2,500 de 0 a 2, luego escalonada por intervalos de $\frac{1}{4}$ aumentando el valor en 500 cada escalón hasta llegar a $6 + \frac{3}{4}$ donde vale 12,000 y constante de allí hasta 24.

VIII. $x = 50$. IX. Sí escapa con una ventaja de 5,8 segundos.

X. a) 3,200 b) $B(t) = 100(2)^{t/3}$ c) Si d) Poco menos de 27 horas. ($t = 3 \log_2 500$).

XI. a) $\frac{1}{8}$ de gramo. b) $2 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/15}$ c) $2 \left(\frac{1}{2}\right)^{32/5} \simeq 0,02$ gramos d) 4 días y 15 horas aprox.

XII. a) 8 b) un día 21, dos días 54, tres días 137, cinco días 678, diez días 1970 y veinte días 2000.

XIII. a) 50 mg b) después de tres horas 27 mg y después de seis horas 15 mg.

XIV. Después de 3 meses salta 7 pies, después de un año salta 9.5 pies y requiere cerca de dos años (más de 23 meses) de entrenamiento para saltar 12 pies.

XV. Dos meses después 72 puntos y un año después 54 puntos.

XVI. 2602 años aprox.