

Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá

Departamento de Matemáticas

Matemáticas Básicas C.H., C. S. y C.E. - Grupos 10 al 21.

Facultades de Medicina, Enfermería, Odontología, Ciencias Humanas, Ciencias Económicas y programa de Veterinaria

Coordinación: Jeanneth Galeano

Taller 1

Ejercicios del texto guía.

Los estudiantes que hayan trabajado antes en los temas de lógica y conjuntos abordados en el curso pueden desarrollar directamente el taller; para aquellos que ven por primera vez el tema les recomendamos **hacer los ejercicios que consideren necesarios** de la siguiente lista del texto guía:

Sección 3.1: del 33 al 78. Sección 3.2: del 1 al 70. Sección 3.3: del 55 al 86.

Sección 2.1: del 1 al 20 y del 59 al 78. Sección 2.2: del 1 al 50.

Sección 2.3: del 1 al 25, del 49 al 54 y del 95 al 108.

I. Para cada una de las siguientes proposiciones

A. Simbolice la proposición.

B. Simbolice su negación.

C. Escriba en correcto español su negación.

1. Tienes clase a las 7 y a las 11.
2. Si tienes clase el martes, tienes clase el jueves.
3. Ramiro está inscrito en Matemáticas Básicas o en Inglés 3.
4. No estás inscrito en este curso.
5. Si cursaste Matemáticas Básicas y tu P.A.P.A. es superior a 3.0, puedes tomar un curso de Estadística el próximo semestre.
6. Eres un estudiante de la Facultad de Medicina o de la Facultad de Odontología pero no de ambas.

II. Considere las proposiciones:

m : apruebas todas las materias, p : tienes un promedio mayor de 3.5, s : pasas el semestre, y, b : obtienes una beca. Simbolice las siguientes proposiciones:

1. Pasas el semestre y no apruebas todas las materias.
2. Tienes un promedio mayor de 3.5 o apruebas todas las materias.
3. Si apruebas todas las materias, pasas el semestre.
4. Pasas el semestre si tienes un promedio mayor de 3.5 o apruebas todas las materias.
5. Es suficiente que tengas un promedio mayor de 3.5 para que pases el semestre.
6. Es necesario que apruebas todas las materias para que pases el semestre.
7. No es necesario que apruebas todas las materias para que pases el semestre.
8. Para tener beca es suficiente que apruebas todas las materias y tengas un promedio mayor de 3.5.

9. Si no apruebas todas las materias es necesario que tengas un promedio mayor a 3.5 para que pases el semestre.

III. Si la proposición $p \wedge q \longrightarrow r$ es falsa, determine (si es posible) el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Si no es posible, explique por qué:

- a) $(q \vee r) \wedge p$ b) $q \wedge s \longrightarrow p$ c) $q \vee s \longrightarrow p$ d) $\sim p \wedge q \longrightarrow r \wedge s$

IV. Determine si las siguientes parejas de proposiciones son equivalentes:

1. $p \longrightarrow q$ y $\sim p \wedge q$
2. $p \longrightarrow q$ y $\sim p \vee q$
3. $p \longrightarrow q$ y $\sim q \longrightarrow \sim p$
4. $p \longrightarrow q$ y $\sim p \longrightarrow \sim q$

V. Considere como universo el conjunto de los colombianos y los predicados $i(x) : x$ es inteligente, $e(x) : x$ estudia en una universidad, $t(x) : x$ es trabajador y $r(x) : x$ es rico.

A. Simbolice las siguientes proposiciones:

1. Todos los colombianos son inteligentes y trabajadores.
2. Hay colombianos trabajadores que no son ricos.
3. Hay colombianos inteligentes que no estudian en una universidad.
4. No hay colombianos inteligentes que no sean trabajadores.
5. Todos los colombianos son ricos o son inteligentes y trabajadores.
6. Hay colombianos que son inteligentes y estudian en una universidad pero no son ricos.

B. Niegue las proposiciones que simbolizó en la parte A y escriba su negación en correcto español.

VI. La negación de la proposición $((\forall x)(p(x) \vee q(x)))$ es: (explique brevemente su elección)

1. $(\forall x)(\sim p(x) \wedge \sim q(x))$
2. $(\forall x)(\sim p(x) \vee \sim q(x))$
3. $(\exists x)(\sim p(x) \vee \sim q(x))$
4. $(\exists x)(\sim p(x) \wedge \sim q(x))$

VII. Si el predicado $p(x)$ significa x es un número par y el predicado $q(x)$ significa x es un múltiplo de seis, escriba en correcto español las siguientes proposiciones y sus negaciones. ¿Cuáles de ellas son ciertas?

1. $\sim ((\exists x)(p(x) \vee q(x)))$
2. $(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$
3. $(\forall x)(p(x) \longrightarrow q(x))$
4. $(\forall x)(q(x) \longrightarrow p(x))$
5. $\sim ((\forall x)(p(x) \wedge q(x)))$
6. $(\exists x)(\sim p(x) \vee \sim q(x))$

VIII. Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La contrarrecíproca de la proposición “Si a es primo entonces a no es par” es: “Si a es par entonces a no es primo”.
- II. La negación de la proposición “Si pasas el semestre y obtienes un buen promedio, entonces ganas un premio” es: “Pasas el semestre, obtienes un buen promedio y no ganas un premio”

De las afirmaciones anteriores es correcto decir que:

- a. I. y II. son verdaderas
- b. I. y II. son falsas
- c. I. es verdadera y II. es falsa
- d. I. es falsa y II. es verdadera

IX. Sea U el conjunto de pacientes de un hospital. Considere los siguientes subconjuntos de U :

A : mayores de 20 años, B : mujeres, C : con enfermedades virales.

Describa con palabras los siguientes conjuntos:

- | | | |
|------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $A' \cap C$ | 5. $A' \cup C'$ | 9. $A - B$ |
| 2. $A \cup B$ | 6. $(A \cup C)'$ | 10. $(A - B) \cap C$. |
| 3. $B' \cup C'$ | 7. $A' \cap C'$ | |
| 4. $(A \cap C)'$ | 8. $A \cap B \cap C$. | |

X. Sean A y B conjuntos arbitrarios.

Complete el espacio con los símbolos \subseteq, \supseteq o nc (no son comparables) según sea el caso:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a. $A \text{ ---- } A \cap B$ | d. $A \text{ ---- } A - B$ |
| b. $A \text{ ---- } A \cup B$ | e. $A \text{ ---- } B - A$ |
| c. $A' \text{ ---- } A - B$ | f. $A' \text{ ---- } B - A$ |

XI. En cada literal, haga un diagrama de Venn con tres conjuntos no vacíos A, B y C , que satisfagan simultáneamente las condiciones dadas:

- | | |
|--|--|
| a. $A \subset B, C \subset B, A \cap C = \phi$ | c. $A \subset B, C \not\subset B, A \cap C \neq \phi$ |
| b. $A \subset C, A \neq C, B \cap C = \phi$ | d. $A \subset (B \cap C), B \subset C, C \neq B, A \neq C$ |

XII. Sean A y B conjuntos arbitrarios. Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifique. (Note que las afirmaciones se refieren a cualquier par de conjuntos A y B). Para justificar su falsedad bastará entonces mostrar un caso particular en el que sea falsa la contención, igualdad o implicación dada. Para justificar la veracidad se hace necesario garantizar que es verdadero independientemente de cuales sean los conjuntos A y B)

- | | |
|-------------------------------|--|
| a. $B - A \subset A'$ | e. Si $A \subset B$ entonces $A' \subset B'$ |
| b. $B - A' = B \cap A$ | f. Si $A \subset B$ entonces $A - B = \phi$ |
| c. $(A \cap B)' = A' \cap B'$ | g. Si $A \subset B$ entonces $A \cap B = A$ |
| d. $A - B \subset A \cup B$ | h. Si $A \subset B$ entonces $A \cup B = B$ |

XIII. A un curso de Matemáticas Básicas asistieron el jueves pasado 105 estudiantes, un buen número de ellos de la Facultad de Odontología. Había 53 mujeres, 30 de ellas estudiantes de Odontología. Al indagar sobre la edad de los asistentes se encontró que 68 eran menores de 20 años y de éstos 25 mujeres; sólo 12 de ellas estudiantes de Odontología. Además se sabe que hay 35 hombres menores de 20 años que NO estudian Odontología. Si entre los mayores de 20 años que NO estudian Odontología las mujeres duplican a los hombres, encuentre en el curso:

- a. La cantidad de estudiantes de Odontología.
- b. El número de mujeres menores de 20 años que no estudian Odontología.
- c. El número de hombres mayores de 20 años que estudian Odontología.
- d. La cantidad de hombres menores de 20 años.

XIV. De una encuesta realizada a 604 personas en una empresa se obtiene la siguiente información:

372 personas son casadas; 212 personas nacieron en Bogotá; 200 son hombres casados; 110 son hombres nacidos en Bogotá; 90 son hombres casados y nacidos en Bogotá y 70 son hombres solteros y nacidos fuera de Bogotá. Las mujeres casadas no Bogotanas son 130.

Sobre el número de mujeres solteras nacidas fuera de Bogotá podemos afirmar:

- a) Son más de 100.
- b) Son 82.
- c) Son 60.
- d) Con los datos conocidos es imposible determinarlo.

XV. Haga los siguientes ejercicios del texto guía: sección 2.4: ejercicios 19, 25 y 26 (edición 10) o, 22, 26 y 27 (edición 12).