

# MATEMÁTICAS BÁSICAS



Autores: Margarita Ospina Pulido  
Lorenzo Acosta Gempeler  
Edición: Jeanneth Galeano Peñaloza  
Rafael Ballestas Rojano

Universidad Nacional de Colombia  
Departamento de Matemáticas  
Sede Bogotá

Enero de 2015



# Parte I

## Funciones Exponenciales y Logarítmicas

# Funciones exponenciales



Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$									



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1								



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2							



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$						



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4					





# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$				



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8			



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$		



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$	16	



# Funciones exponenciales

Definamos una nueva función en  $\mathbb{R}$  así:

$$f(x) = 2^x.$$

Para hacer la gráfica construimos la siguiente tabla:

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
$f(x)$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$	16	$\frac{1}{16}$



# Funciones exponenciales

Ayudados por los datos obtenidos y notando que:

- si  $n$  es natural  $f(n) = 2^n$  (aumenta su valor si  $n$  aumenta)



# Funciones exponenciales

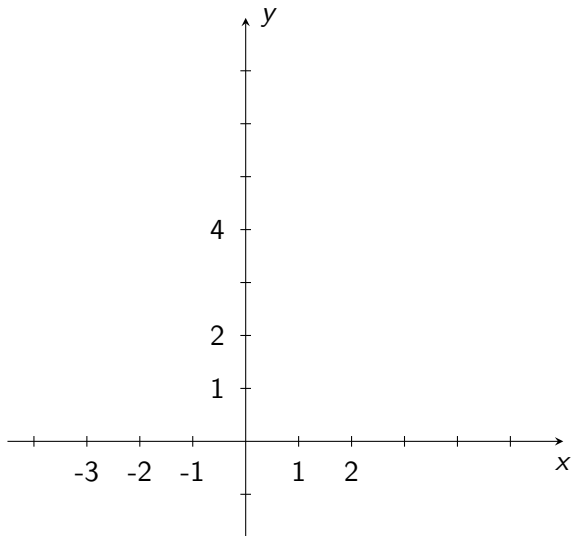
Ayudados por los datos obtenidos y notando que:

- si  $n$  es natural  $f(n) = 2^n$  (aumenta su valor si  $n$  aumenta)
- y que  $f(-n) = 2^{-n} = \frac{1}{2^n}$  (cada vez más pequeño pero siempre mayor que cero)

tenemos la siguiente gráfica



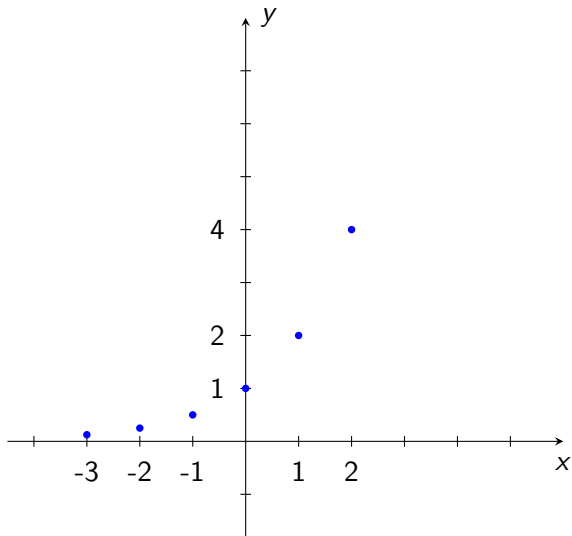
# Función exponencial $f(x) = 2^x$





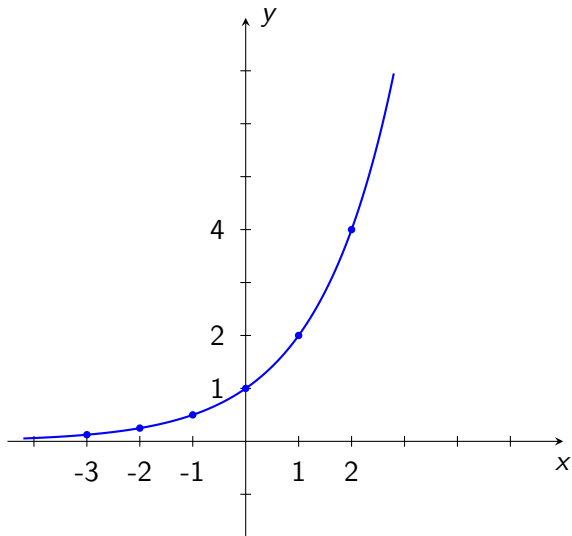


# Función exponencial $f(x) = 2^x$





# Función exponencial $f(x) = 2^x$





# Funciones exponenciales

¿Cómo es la gráfica de  $y = 2^{-x}$ ?



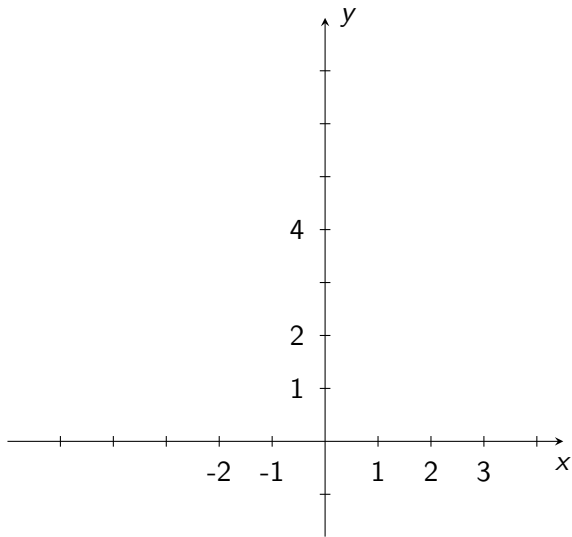
# Funciones exponenciales

¿Cómo es la gráfica de  $y = 2^{-x}$ ?

Sabemos que se obtiene de la anterior haciendo una simetría con respecto al eje  $y$ .

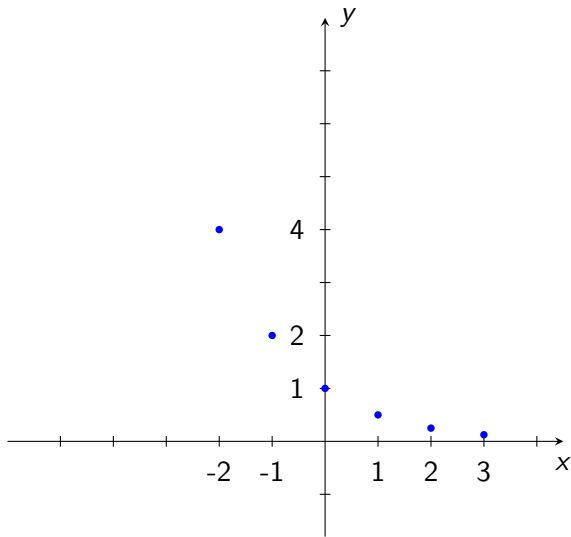


# Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$



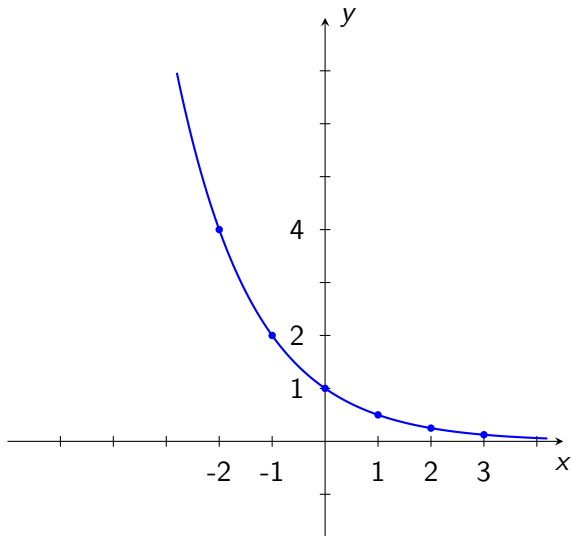


# Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$





# Función exponencial $f(x) = 2^{-x}$



# Funciones exponenciales



¿Qué es  $2^{-x}$ ?





# Funciones exponenciales

¿Qué es  $2^{-x}$ ?

$$2^{-x} = (2^{-1})^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



# Funciones exponenciales

¿Qué es  $2^{-x}$ ?

$$2^{-x} = (2^{-1})^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Luego hemos construido la gráfica de la función exponencial

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

# Funciones exponenciales



Generalicemos:



# Funciones exponenciales

Generalicemos:

Llamamos **función exponencial de base  $a$** , con  $a > 0$ , a la función definida por:

$$f(x) = a^x.$$



# Funciones exponenciales

Generalicemos:

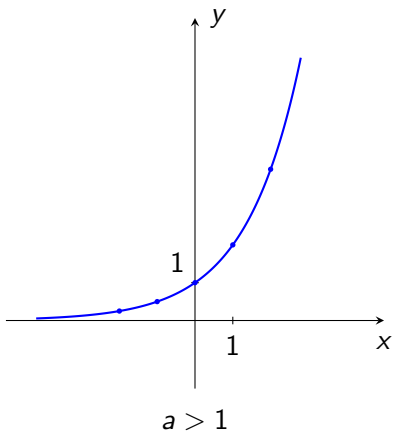
Llamamos **función exponencial de base  $a$** , con  $a > 0$ , a la función definida por:

$$f(x) = a^x.$$

La gráfica de la función dependerá del valor de  $a$ .

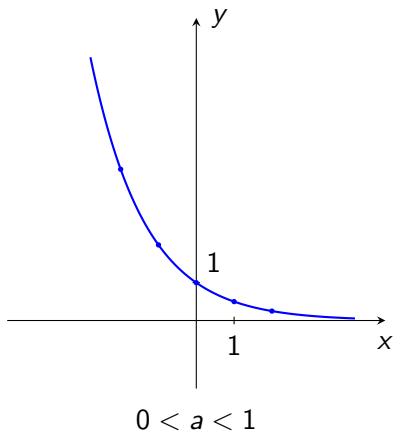
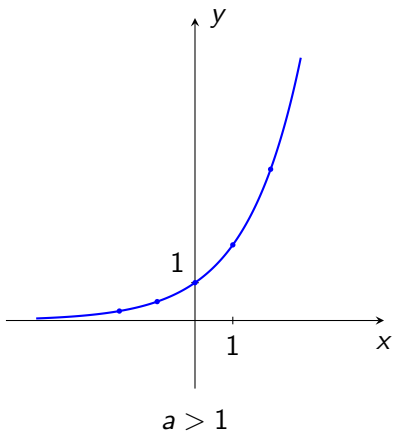


# Función exponencial $f(x) = a^x$





# Función exponencial $f(x) = a^x$





# Funciones exponenciales

Nótese que para  $a < 0$  no se define la función exponencial ya que por ejemplo  $(a)^{1/2}$  no es un número real.





# Funciones exponenciales

Nótese que para  $a < 0$  no se define la función exponencial ya que por ejemplo  $(a)^{1/2}$  no es un número real.

Para  $a = 1$ , como  $1^x = 1$  para todo  $x$  real, “la función exponencial de base 1” sería simplemente la función constante de valor 1.



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- $f$  es inyectiva



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- $f$  es inyectiva
- Si  $a > 1$  los valores  $f(x)$  aumentan a medida que  $x$  aumenta.



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = (0, \infty)$
- $f$  es inyectiva
- Si  $a > 1$  los valores  $f(x)$  aumentan a medida que  $x$  aumenta.
- Si  $0 < a < 1$  los valores de  $f(x)$  disminuyen a medida que  $x$  aumenta.



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$





# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$   
( $f$  transforma sumas en productos)



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$   
( $f$  transforma sumas en productos)
- $f(x - y) = a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} = \frac{f(x)}{f(y)}$



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$   
( $f$  transforma sumas en productos)
- $f(x - y) = a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} = \frac{f(x)}{f(y)}$   
( $f$  transforma restas en cocientes)



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$   
( $f$  transforma sumas en productos)
- $f(x - y) = a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} = \frac{f(x)}{f(y)}$   
( $f$  transforma restas en cocientes)
- $f(kx) = a^{kx} = (a^x)^k = (f(x))^k$



# Propiedades de las funciones exponenciales

Sea  $f(x) = a^x$ . Entonces:

- $f(x + y) = a^{x+y} = a^x a^y = f(x)f(y)$   
( $f$  transforma sumas en productos)
- $f(x - y) = a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} = \frac{f(x)}{f(y)}$   
( $f$  transforma restas en cocientes)
- $f(kx) = a^{kx} = (a^x)^k = (f(x))^k$   
( $f$  transforma coeficientes en exponentes)



# Funciones inyectivas e inversas

## Observación

- Sea  $f$  una función inyectiva. La gráfica de  $f$  está determinada por la ecuación  $y = f(x)$ .



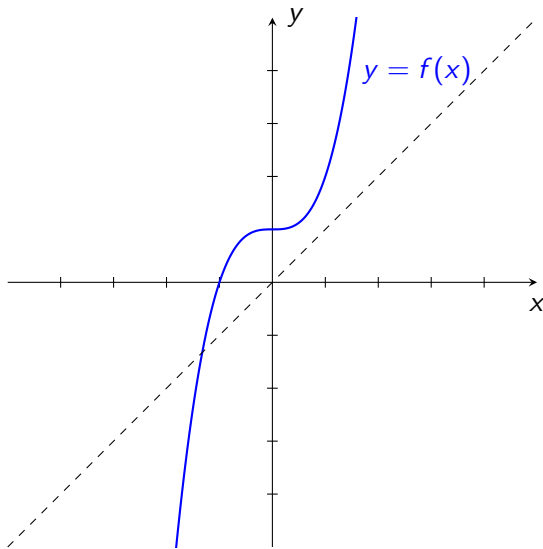
# Funciones inyectivas e inversas

## Observación

- Sea  $f$  una función inyectiva. La gráfica de  $f$  está determinada por la ecuación  $y = f(x)$ .
- Si intercambiamos las variables  $x$  e  $y$  obtenemos la ecuación  $x = f(y)$  cuya gráfica se obtiene de la anterior mediante una simetría con respecto a la recta  $y = x$ .



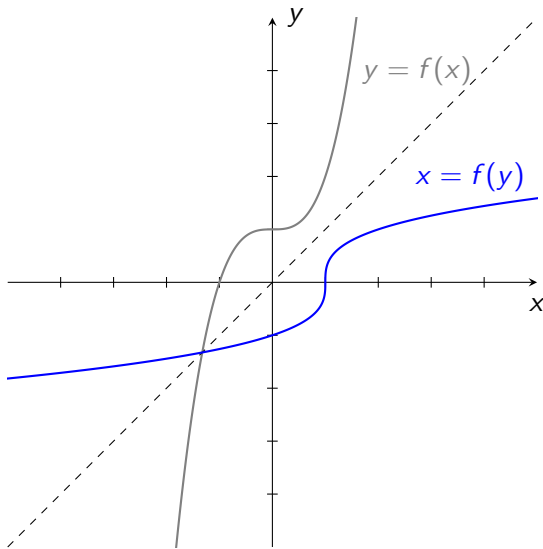
# Funciones inyectivas e inversas







# Funciones inyectivas e inversas



# Funciones inyectivas e inversas



Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y)$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y))$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x)$$





# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$
$$g \circ f(x)$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = x$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y)$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y) = x$$



# Funciones inyectivas e inversas

Como  $f$  es inyectiva, la gráfica obtenida corresponde a la de una nueva función  $g$ .

¿Qué relación hay entre  $f$  y  $g$ ?

$$y = f(x) \iff x = g(y)$$

Al componerlas tenemos:

$$f \circ g(y) = f(g(y)) = f(x) = y$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(y) = x$$

La función  $g$  se llama **la inversa de  $f$**  y se acostumbra a notar  $f^{-1}$ .



# Funciones inyectivas e inversas

Resumamos ahora la relación entre  $f$  y  $f^{-1}$ :

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$



# Funciones inyectivas e inversas

Resumamos ahora la relación entre  $f$  y  $f^{-1}$ :

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

Además,

$$\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Im}(f) \quad \text{e} \quad \text{Im}(f^{-1}) = \text{Dom}(f)$$





# Funciones exponenciales y logarítmicas

## Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$



# Funciones exponenciales y logarítmicas

## Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$

o bien:

$$y = \log_2 x \iff x = 2^y$$



# Funciones exponenciales y logarítmicas

## Ejemplo

La función exponencial de base 2 tiene su inversa que es la función logarítmica de base 2:

$$y = 2^x \iff x = \log_2 y$$

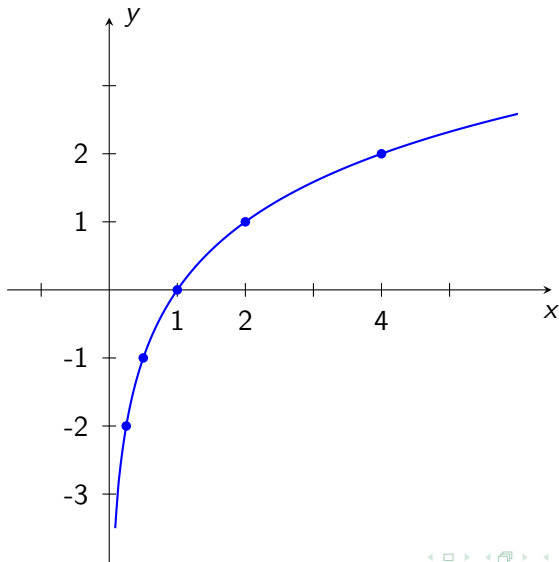
o bien:

$$y = \log_2 x \iff x = 2^y$$

Esta función tendrá la siguiente gráfica:



# Función logaritmo $f(x) = \log_2 x$





# Funciones logarítmicas

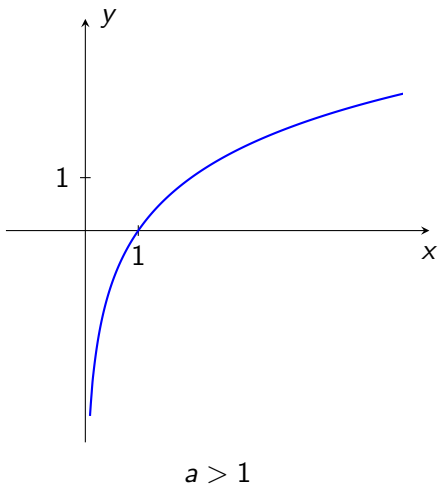
En general, la inversa de la función exponencial de base  $a$  es la función logarítmica de base  $a$ .

$$y = \log_a x \iff x = a^y$$

Su gráfica es de la forma:

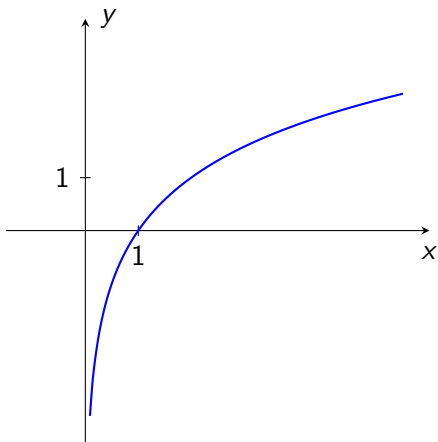


# Función logaritmo $f(x) = \log_a x$

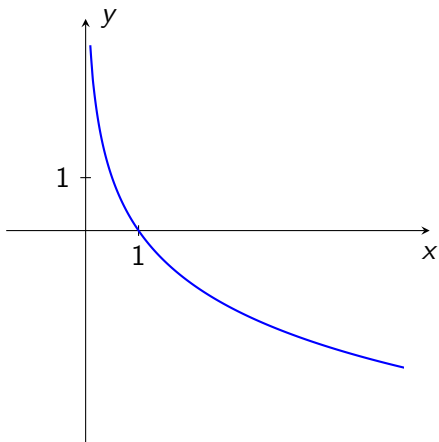




# Función logaritmo $f(x) = \log_a x$



$$a > 1$$



$$0 < a < 1$$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.





# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}.$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$
  - $g(xy) = \log_a(xy)$
- $$\text{Im}(g) = \mathbb{R}.$$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$





# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .  
( $g$  transforma cocientes en diferencias)



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .  
( $g$  transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = \log_a(x^k)$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .  
( $g$  transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = \log_a(x^k) = k\log_a(x)$



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .  
( $g$  transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = \log_a(x^k) = k\log_a(x) = kg(x)$ .



# Funciones logarítmicas

De las propiedades de la función exponencial y su relación con la función logarítmica se obtienen las siguientes propiedades.

Si  $g(x) = \log_a x$  entonces:

- $\text{Dom}(g) = (0, \infty)$                        $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ .
- $g(xy) = \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) = g(x) + g(y)$ .  
( $g$  transforma productos en sumas)
- $g\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) = g(x) - g(y)$ .  
( $g$  transforma cocientes en diferencias)
- $g(x^k) = \log_a(x^k) = k\log_a(x) = kg(x)$ .  
( $g$  transforma exponentes en coeficientes)

# Las funciones exponencial natural y logaritmo natural



La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a 2,7183.





# Las funciones exponencial natural y logaritmo natural

La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a 2,7183.

La notamos:

$$y = e^x$$



# Las funciones exponencial natural y logaritmo natural

La función exponencial natural es aquella que tiene como base el número irracional e llamado la constante de Euler y que podemos aproximar con cuatro cifras decimales a 2,7183.

La notamos:

$$y = e^x$$

La función logaritmo natural es la inversa de la función exponencial natural y tiene una notación muy particular:

$$\log_e x = \ln x$$



# Funciones logarítmicas

## Ejercicio 1

Calcular:

(a)  $\log_2 128$

(b)  $\log_3 81$

(c)  $\log_{10} 10000$

(d)  $\log_4 256$



# Funciones logarítmicas

## Ejercicio 2

Halle el dominio de las siguientes funciones:

$$(a) g(x) = \log_3(x^2 - 1)$$

$$(b) h(x) = \log_2\left(\frac{x+1}{x^2-9}\right)$$

$$(c) u(x) = \log_2(|x|)$$

$$(d) v(x) = \ln(x+3)$$



# Funciones logarítmicas

## Ejercicio 3

Haga la gráfica de las siguientes funciones:

(a)  $u(x) = \log_2(|x|)$

(b)  $v(x) = 2 + \ln(x + 3)$

(c)  $w(x) = 1 - 2^x$

(d)  $g(x) = 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$

# Funciones exponenciales y logarítmicas



Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:



# Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano



# Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones





# Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos



# Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos
- Vida media de sustancias radioactivas



# Funciones exponenciales y logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas tienen múltiples y muy variadas aplicaciones, algunas de ellas son:

- Crecimiento bacteriano
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones
- Cálculo de intereses compuestos
- Vida media de sustancias radioactivas
- Fechado de fósiles con carbono