MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autora: Alejandra Sánchez
Edición: Nicolás Acevedo Cruz

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Índice

Definición Espacio muestral y Eventos

Definición

El conjunto S de todos los resultados posibles de un experimento dado se llama el **espacio muestral**.

Definición Espacio muestral y Eventos

Definición

El conjunto S de todos los resultados posibles de un experimento dado se llama el **espacio muestral**.
Un resultado particular, esto es, un elemento de S, se llama un **punto muestral o muestra**.

Definición Espacio muestral y Eventos

Definición

El conjunto S de todos los resultados posibles de un experimento dado se llama el **espacio muestral***.*
Un resultado particular, esto es, un elemento de S, se llama un **punto muestral o muestra***.*
Un **evento** *A es un conjunto de resultados o, en otras palabras, un subconjunto del espacio muestral S.*

Evento elemental, imposible y seguro

Definición

El evento $\{a\}$ *que consta de una muestra simple* $a \in S$ *se llama* **evento elemental**.

Evento elemental, imposible y seguro

Definición

El evento $\{a\}$ *que consta de una muestra simple* $a \in S$ *se llama* **evento elemental**.

El conjunto vacío ϕ *y el espacio muestral* S *son eventos;*

Evento elemental, imposible y seguro

Definición

El evento $\{a\}$ *que consta de una muestra simple* $a \in S$ *se llama* **evento elemental**.

El conjunto vacío ϕ *y el espacio muestral* S *son eventos;* ϕ *algunas veces se denomina el* **evento imposible** *(o imposibilidad), y* S *el* **evento seguro**.

Operaciones entre eventos

Podemos combinar eventos para formar nuevos eventos, utilizando las diferentes operaciones con conjuntos.

- $A \cup B$ es el evento que sucede si y sólo si A o B o ambos suceden;

Operaciones entre eventos

Podemos combinar eventos para formar nuevos eventos, utilizando las diferentes operaciones con conjuntos.

- $A \cup B$ es el evento que sucede si y sólo si A o B o ambos suceden;
- $A \cap B$ es el evento que sucede si y sólo si A y B suceden simultaneamente;

Operaciones entre eventos

Podemos combinar eventos para formar nuevos eventos, utilizando las diferentes operaciones con conjuntos.

- $A \cup B$ es el evento que sucede si y sólo si A o B o ambos suceden;
- $A \cap B$ es el evento que sucede si y sólo si A y B suceden simultaneamente;
- A^c (Complemento de A), es el evento que sucede si y sólo si A no sucede.

Operaciones entre eventos

Definición

Dos eventos son llamados **mutuamente excluyentes** *si son disyuntos, esto es, si* $A \cap B = \phi$.

Operaciones entre eventos

Definición

Dos eventos son llamados **mutuamente excluyentes** *si son disyuntos, esto es, si* $A \cap B = \phi$.

En otras palabras, son mutuamente excluyentes si no pueden suceder simultáneamente.

Ejemplo 1

Experimento: Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

Ejemplo 1

Experimento: Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.
El espacio muestral consiste de los seis números posibles:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo 1

Sean A el evento: sale un número par, B el evento: sale un número impar y C el evento: sale un número primo:

Ejemplo 1

Sean A el evento: sale un número par, B el evento: sale un número impar y C el evento: sale un número primo:

- $A = \{2, 4, 6\}$

Ejemplo 1

Sean A el evento: sale un número par, B el evento: sale un número impar y C el evento: sale un número primo:

- $A = \{2, 4, 6\}$
- $B = \{1, 3, 5\}$

Ejemplo 1

Sean A el evento: sale un número par, B el evento: sale un número impar y C el evento: sale un número primo:

- $A = \{2, 4, 6\}$
- $B = \{1, 3, 5\}$
- $C = \{2, 3, 5\}$

Ejemplo 1

Entonces

- $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ Evento: el número que sale es par o primo;

Ejemplo 1

Entonces

- $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ Evento: el número que sale es par o primo;
- $B \cap C = \{3, 5\}$ Evento: el número que sale es impar y a la vez primo;

Ejemplo 1

Entonces

- $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ Evento: el número que sale es par o primo;
- $B \cap C = \{3, 5\}$ Evento: el número que sale es impar y a la vez primo;
- $C^c = \{1, 4, 6\}$ Evento: el número que sale no es primo.

Ejemplo 1

Entonces

- $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ Evento: el número que sale es par o primo;
- $B \cap C = \{3, 5\}$ Evento: el número que sale es impar y a la vez primo;
- $C^c = \{1, 4, 6\}$ Evento: el número que sale no es primo.

Obsérvese que A y B son mutuamente excluyentes: $A \cap B = \phi$; en otras palabras, un número par y un impar no pueden ocurrir simultáneamente.

Ejemplo 2

Experimento: Se lanza una moneda 3 veces y se observa la serie de caras (C) y sellos (S) que aparecen.

Ejemplo 2

Experimento: Se lanza una moneda 3 veces y se observa la serie de caras (C) y sellos (S) que aparecen.
El espacio muestral A está constituido por ocho elementos:

$$A = \{CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS\}$$

Ejemplo 2

Sea B el evento en que dos o más caras aparecen consecutivamente, y D aquel en que todos los resultados son iguales:

Ejemplo 2

Sea B el evento en que dos o más caras aparecen consecutivamente, y D aquel en que todos los resultados son iguales:

- $B = \{CCC, CCS, SCC\}$

Ejemplo 2

Sea B el evento en que dos o más caras aparecen consecutivamente, y D aquel en que todos los resultados son iguales:

- $B = \{CCC, CCS, SCC\}$
- $D = \{CCC, SSS\}$

Ejemplo 2

Sea B el evento en que dos o más caras aparecen consecutivamente, y D aquel en que todos los resultados son iguales:

- $B = \{CCC, CCS, SCC\}$
- $D = \{CCC, SSS\}$

Entonces $B \cap D = \{CCC\}$ es el evento elemental en que aparecen caras solamente.

Ejemplo 2

Sea B el evento en que dos o más caras aparecen consecutivamente, y D aquel en que todos los resultados son iguales:

- $B = \{CCC, CCS, SCC\}$
- $D = \{CCC, SSS\}$

Entonces $B \cap D = \{CCC\}$ es el evento elemental en que aparecen caras solamente.

El evento en que aparecen 5 caras es el conjunto vacío ϕ.

Ejercicio 1

Experimento: Se lanza una moneda hasta que aparezca cara y se cuenta el número de veces que se lanzó la moneda.

Ejercicio 1

Experimento: Se lanza una moneda hasta que aparezca cara y se cuenta el número de veces que se lanzó la moneda.

1. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?

Ejercicio 1

Experimento: Se lanza una moneda hasta que aparezca cara y se cuenta el número de veces que se lanzó la moneda.

1. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?
2. Expresar los siguientes eventos:
   a) No aparece cara hasta el décimo lanzamiento.

Ejercicio 1

Experimento: Se lanza una moneda hasta que aparezca cara y se cuenta el número de veces que se lanzó la moneda.

1. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?
2. Expresar los siguientes eventos:
   a) No aparece cara hasta el décimo lanzamiento.
   b) Nunca aparece cara.

Ejercicio 1

Experimento: Se lanza una moneda hasta que aparezca cara y se cuenta el número de veces que se lanzó la moneda.

1. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?
2. Expresar los siguientes eventos:
   a) No aparece cara hasta el décimo lanzamiento.
   b) Nunca aparece cara.
   c) Aparece cara en el quinto o en el sexto lanzamiento.

Axiomas de Probabilidad

Sean S un espacio muestral y ξ la clase de eventos.
Una función $P : \xi \to \mathbb{R}$ se llama **función de probabilidad**, si cumple los siguientes axiomas:

Axiomas de Probabilidad

Sean S un espacio muestral y ξ la clase de eventos.
Una función $P : \xi \to \mathbb{R}$ se llama **función de probabilidad**, si cumple los siguientes axiomas:

P_1 Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$

Axiomas de Probabilidad

Sean S un espacio muestral y ξ la clase de eventos.
Una función $P : \xi \to \mathbb{R}$ se llama **función de probabilidad**, si cumple los siguientes axiomas:

- P_1 Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$
- P_2 $P(S) = 1$

Axiomas de Probabilidad

Sean S un espacio muestral y ξ la clase de eventos.
Una función $P : \xi \to \mathbb{R}$ se llama **función de probabilidad**, si cumple los siguientes axiomas:

- P_1 Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$
- P_2 $P(S) = 1$
- P_3 Si A y B son eventos mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Axiomas de Probabilidad

Sean S un espacio muestral y ξ la clase de eventos.
Una función $P : \xi \to \mathbb{R}$ se llama **función de probabilidad**, si cumple los siguientes axiomas:

P_1 Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$

P_2 $P(S) = 1$

P_3 Si A y B son eventos mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$P(A)$ representa la probabilidad del evento A.

Resultados

Sean A y B dos eventos:

- **Resultado 1**: $P(\phi) = 0$

Función de Probabilidad

Resultados

Sean A y B dos eventos:

- **Resultado 1**: $P(\phi) = 0$
- **Resultado 2**: $P(A^c) = 1 - P(A)$

Función de Probabilidad

Resultados

Sean A y B dos eventos:

- **Resultado 1**: $P(\phi) = 0$
- **Resultado 2**: $P(A^c) = 1 - P(A)$
- **Resultado 3**: Si $A \subset B$, entonces $P(A) \leq P(B)$

Función de Probabilidad

Resultados

Sean A y B dos eventos:

- **Resultado 1**: $P(\phi) = 0$
- **Resultado 2**: $P(A^c) = 1 - P(A)$
- **Resultado 3**: Si $A \subset B$, entonces $P(A) \leq P(B)$
- **Resultado 4**: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

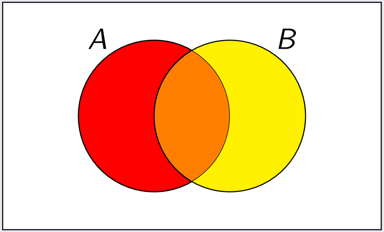
Función de Probabilidad

Resultados

Sean A y B dos eventos:

- **Resultado 5**: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

S



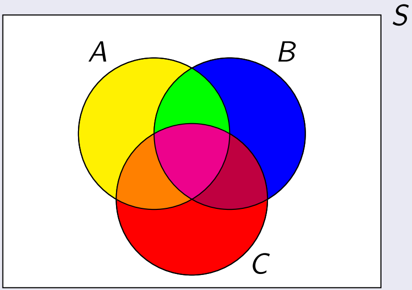
Función de Probabilidad

Resultados

Sean A, B y C eventos:

- **Resultado 6**:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$



Función de Probabilidad

Definición

Sea S un espacio muestral finito donde **cada punto muestral tiene la misma probabilidad**.

Definición

Sea S un espacio muestral finito donde **cada punto muestral tiene la misma probabilidad**.

Si S contiene n puntos entonces la probabilidad de cada punto es $\frac{1}{n}$

Función de Probabilidad

Definición

Sea S un espacio muestral finito donde **cada punto muestral tiene la misma probabilidad**.
Si S contiene n puntos entonces la probabilidad de cada punto es $\frac{1}{n}$ y la probabilidad de un evento cualquiera A, que tiene r elementos, es $P(A) = \frac{r}{n}$.

Función de Probabilidad

Ejemplo 1

Se escogen al azar tres lámparas entre 15, de las cuales 5 son defectuosas.

Ejemplo 1

Se escogen al azar tres lámparas entre 15, de las cuales 5 son defectuosas. Hallar la probabilidad p de que,

a) ninguna sea defectuosa

Ejemplo 1

Se escogen al azar tres lámparas entre 15, de las cuales 5 son defectuosas. Hallar la probabilidad p de que,

a) ninguna sea defectuosa

b) una exactamente sea defectuosa

Ejemplo 1

Se escogen al azar tres lámparas entre 15, de las cuales 5 son defectuosas. Hallar la probabilidad p de que,

a) ninguna sea defectuosa

b) una exactamente sea defectuosa

c) una por lo menos sea defectuosa

Ejemplo 1

Se escogen al azar tres lámparas entre 15, de las cuales 5 son defectuosas. Hallar la probabilidad p de que,

a) ninguna sea defectuosa

b) una exactamente sea defectuosa

c) una por lo menos sea defectuosa

Hay $C(15, 3) = 455$ maneras de escoger 3 lámparas entre 15.

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas,

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas, entonces hay $C(10, 3) = 120$ maneras de escoger 3 lámparas no defectuosas.

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas, entonces hay $C(10, 3) = 120$ maneras de escoger 3 lámparas no defectuosas. Así $p = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$.

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas, entonces hay $C(10, 3) = 120$ maneras de escoger 3 lámparas no defectuosas. Así $p = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$.

b) Hay 5 lámparas defectuosas y $C(10, 2) = 45$ pares diferentes de lámparas no defectuosas;

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas, entonces hay $C(10, 3) = 120$ maneras de escoger 3 lámparas no defectuosas. Así $p = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$.

b) Hay 5 lámparas defectuosas y $C(10, 2) = 45$ pares diferentes de lámparas no defectuosas; por consiguiente hay $5 \times 45 = 225$ maneras de escoger 3 lámparas de las cuales una es defectuosa.

Ejemplo 1 (Continuación)

a) Puesto que hay $15 - 5 = 10$ lámparas no defectuosas, entonces hay $C(10,3) = 120$ maneras de escoger 3 lámparas no defectuosas. Así $p = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$.

b) Hay 5 lámparas defectuosas y $C(10,2) = 45$ pares diferentes de lámparas no defectuosas; por consiguiente hay $5 \times 45 = 225$ maneras de escoger 3 lámparas de las cuales una es defectuosa. Entonces $p = \frac{225}{455} = \frac{45}{91}$.

Ejemplo 1 (Continuación)

c) El evento en que por lo menos una sea defectuosa es el complemento del evento en que ninguna lo es

Ejemplo 1 (Continuación)

c) El evento en que por lo menos una sea defectuosa es el complemento del evento en que ninguna lo es que tiene, según a), como probabilidad $\frac{24}{91}$.

Ejemplo 1 (Continuación)

c) El evento en que por lo menos una sea defectuosa es el complemento del evento en que ninguna lo es que tiene, según a), como probabilidad $\frac{24}{91}$.
Entonces $p = 1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}$.

Ejemplo 2

Se seleccionan al azar dos cartas entre 10 cartas numeradas de 1 a 10.

Ejemplo 2

Se seleccionan al azar dos cartas entre 10 cartas numeradas de 1 a 10. Hallar la probabilidad p de que la suma sea impar si,

a) las dos cartas se sacan juntas

Función de Probabilidad

Ejemplo 2

Se seleccionan al azar dos cartas entre 10 cartas numeradas de 1 a 10. Hallar la probabilidad p de que la suma sea impar si,

a) las dos cartas se sacan juntas

b) se sacan una tras otra sin sustitución

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10,2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par.

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10,2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par. Hay 5 números pares y 5 impares; entonces hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar.

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10, 2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par. Hay 5 números pares y 5 impares; entonces hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar.
Así, $p = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10,2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par. Hay 5 números pares y 5 impares; entonces hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar.
Así, $p = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Hay $10 \times 9 = 90$ maneras de sacar dos cartas una primero que la otra sin sustitución.

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10,2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par. Hay 5 números pares y 5 impares; entonces hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar.
Así, $p = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Hay $10 \times 9 = 90$ maneras de sacar dos cartas una primero que la otra sin sustitución. Hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar, y $5 \times 5 = 25$ maneras de sacar un número impar y luego uno par.

Ejemplo 2 (Continuación)

a) Hay $C(10,2) = 45$ maneras de seleccionar 2 de 10 cartas. La suma es impar si un número es impar y el otro par. Hay 5 números pares y 5 impares; entonces hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar.
Así, $p = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Hay $10 \times 9 = 90$ maneras de sacar dos cartas una primero que la otra sin sustitución. Hay $5 \times 5 = 25$ maneras de escoger un número par y uno impar, y $5 \times 5 = 25$ maneras de sacar un número impar y luego uno par.
Por tanto $p = \frac{25+25}{90} = \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$.

Ejercicio 1

Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres de los cuales la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños.

Función de Probabilidad

Ejercicio 1

Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres de los cuales la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños.
Hallar la probabilidad p de que una persona escogida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

Función de Probabilidad

Ejercicio 1

Solución:

Sea $A = \{x | x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x | x \text{ tiene ojos castaños}\}$

Ejercicio 1

Solución:
Sea $A = \{x|x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x|x \text{ tiene ojos castaños}\}$
Buscamos $P(A \cup B)$.

Ejercicio 1

Solución:
Sea $A = \{x | x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x | x \text{ tiene ojos castaños}\}$
Buscamos $P(A \cup B)$.
Entonces $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$,

Función de Probabilidad

Ejercicio 1

Solución:
Sea $A = \{x|x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x|x \text{ tiene ojos castaños}\}$
Buscamos $P(A \cup B)$.
Entonces $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$,

Ejercicio 1

Solución:
Sea $A = \{x|x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x|x \text{ tiene ojos castaños}\}$
Buscamos $P(A \cup B)$.
Entonces $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

Ejercicio 1

Solución:

Sea $A = \{x|x \text{ es un hombre}\}$ y $B = \{x|x \text{ tiene ojos castaños}\}$

Buscamos $P(A \cup B)$.

Entonces $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

Así por el **Resultado 5**

$p = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

Definición

Sea E un evento arbitrario de un espacio muestral, con $P(E) > 0$.

Probabilidad Condicional e Independencia

Definición

Sea E un evento arbitrario de un espacio muestral, con $P(E) > 0$.
La probabilidad de que un evento A suceda una vez que E haya sucedido

Probabilidad Condicional e Independencia

Definición

Sea E un evento arbitrario de un espacio muestral, con $P(E) > 0$. La probabilidad de que un evento A suceda una vez que E haya sucedido o, en otras palabras, la **probabilidad condicional** *de A dado E, escrito $P(A|E)$,*

Definición

Sea E un evento arbitrario de un espacio muestral, con $P(E) > 0$.
La probabilidad de que un evento A suceda una vez que E haya sucedido o, en otras palabras, la **probabilidad condicional** *de A dado E, escrito $P(A|E)$, se define como sigue:*

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

Ejemplo 1

Se lanza un par de dados (corrientes).

Ejemplo 1

Se lanza un par de dados (corrientes).
Si la suma es 6, hallar la probabilidad de que uno de los dados sea 2.

Ejemplo 1

Se lanza un par de dados (corrientes).
Si la suma es 6, hallar la probabilidad de que uno de los dados sea 2.

Solución

Podemos utilizar parejas ordenadas para "resumir" la información.
(x, y) indica que en el primer dado se obtuvo x y en el segundo y.

Ejemplo 1

Se lanza un par de dados (corrientes).
Si la suma es 6, hallar la probabilidad de que uno de los dados sea 2.

Solución

Podemos utilizar parejas ordenadas para "resumir" la información.
(x, y) indica que en el primer dado se obtuvo x y en el segundo y.

Luego, si
$E = \{(x, y)|x + y = 6\}$ y $A = \{(x, y)|x = 2 \vee y = 2\}$
hallar $P(A|E)$.

Ejemplo 1 (Continuación)

E consta de cinco elementos,
$E = \{(1{,}5),(2{,}4),(3{,}3),(4{,}2),(5{,}1)\}$,
dos de ellos, (2,4) y (4,2), que pertenecen a A; $A \cap E = \{(2{,}4),(4{,}2)\}$.

Probabilidad Condicional e Independencia

Ejemplo 1 (Continuación)

E consta de cinco elementos,
$E = \{(1{,}5),(2{,}4),(3{,}3),(4{,}2),(5{,}1)\}$,
dos de ellos, $(2{,}4)$ y $(4{,}2)$, que pertenecen a A; $A \cap E = \{(2{,}4),(4{,}2)\}$.
Entonces $P(A|E) = \frac{2}{5}$.

Ejemplo 1 (Continuación)

E consta de cinco elementos,
$E = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$,
dos de ellos, (2,4) y (4,2), que pertenecen a A; $A \cap E = \{(2,4),(4,2)\}$.
Entonces $P(A|E) = \frac{2}{5}$.
Por otra parte, puesto que A consta de once elementos,
$A = \{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2)\}$

Ejemplo 1 (Continuación)

E consta de cinco elementos,
$E = \{(1{,}5),(2{,}4),(3{,}3),(4{,}2),(5{,}1)\}$,
dos de ellos, (2,4) y (4,2), que pertenecen a A; $A \cap E = \{(2{,}4),(4{,}2)\}$.
Entonces $P(A|E) = \frac{2}{5}$.
Por otra parte, puesto que A consta de once elementos,
$A = \{(2{,}1),(2{,}2),(2{,}3),(2{,}4),(2{,}5),(2{,}6),(1{,}2),(3{,}2),(4{,}2),(5{,}2),(6{,}2)\}$
y S consta de 36 elementos,

Ejemplo 1 (Continuación)

E consta de cinco elementos,
$E = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$,
dos de ellos, (2,4) y (4,2), que pertenecen a A; $A \cap E = \{(2,4),(4,2)\}$.
Entonces $P(A|E) = \frac{2}{5}$.
Por otra parte, puesto que A consta de once elementos,
$A = \{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2)\}$
y S consta de 36 elementos, $P(A) = \frac{11}{36}$.

Probabilidad Condicional e Independencia

Resultados

Sean $E, A, A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos

- **Resultado 1**:
  $P(E \cap A) = P(E)P(A|E)$

Resultados

Sean $E, A, A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos

- **Resultado 1**:
  $P(E \cap A) = P(E)P(A|E)$
- **Resultado 2**:
  $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) =$
  $P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2)\ldots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$

Ejemplo 2

Un lote de 12 artículos tiene 4 defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote uno tras otro.

Ejemplo 2

Un lote de 12 artículos tiene 4 defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote uno tras otro.
Hallar la probabilidad p de que los tres no sean defectuosos.

La probabilidad de que el primer artículo no sea defectuoso es $\frac{8}{12}$ puesto que 8 entre los 12 no son defectuosos.

Probabilidad Condicional e Independencia

La probabilidad de que el primer artículo no sea defectuoso es $\frac{8}{12}$ puesto que 8 entre los 12 no son defectuosos.
Si el primero no es defectuoso, entonces la probabilidad de que el próximo artículo no sea defectuoso es $\frac{7}{11}$ puesto que solamente 7 de los 11 sobrantes no son defectuosos.

La probabilidad de que el primer artículo no sea defectuoso es $\frac{8}{12}$ puesto que 8 entre los 12 no son defectuosos.
Si el primero no es defectuoso, entonces la probabilidad de que el próximo artículo no sea defectuoso es $\frac{7}{11}$ puesto que solamente 7 de los 11 sobrantes no son defectuosos.
Si los dos primeros articulos no son defectuosos, entonces la probabilidad de que el último no sea defectuoso es $\frac{6}{10}$ puesto que solamente 6 entre 10 que quedan no son defectuosos.

La probabilidad de que el primer artículo no sea defectuoso es $\frac{8}{12}$ puesto que 8 entre los 12 no son defectuosos.
Si el primero no es defectuoso, entonces la probabilidad de que el próximo artículo no sea defectuoso es $\frac{7}{11}$ puesto que solamente 7 de los 11 sobrantes no son defectuosos.
Si los dos primeros articulos no son defectuosos, entonces la probabilidad de que el último no sea defectuoso es $\frac{6}{10}$ puesto que solamente 6 entre 10 que quedan no son defectuosos.
Así por el **Resultado 2**:

$$p = \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{14}{55}$$

Independencia

Se dice que un evento B es **independiente** de un evento A,

Independencia

Se dice que un evento B es **independiente** de un evento A, si la probabilidad de que B suceda no depende de que A haya o no sucedido.

Independencia

Se dice que un evento B es **independiente** de un evento A, si la probabilidad de que B suceda no depende de que A haya o no sucedido. En otras palabras, B es independiente de A si la probabilidad de B es igual a la probabilidad condicional de B dado A, esto es, $P(B) = P(B|A)$.

Independencia

Se dice que un evento B es **independiente** de un evento A, si la probabilidad de que B suceda no depende de que A haya o no sucedido. En otras palabras, B es independiente de A si la probabilidad de B es igual a la probabilidad condicional de B dado A, esto es, $P(B) = P(B|A)$. Dado que $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ por el **Resultado 1**, al sustituir $P(B)$ por $P(B|A)$ obtenemos:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Definición

A y B son eventos **independientes** *si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$; de otro modo se dice que son dependientes.*

Ejemplo 3

Se lanza una moneda (corriente) dos veces.

Ejemplo 3

Se lanza una moneda (corriente) dos veces.
Si A es el evento en el que sale cara en el primer lanzamiento y B es el evento en el que sale cara en el segundo lanzamiento, ¿Se puede afirmar que B depende de A?

Ejemplo 3 (Continuación)

Si (x, y) indica que el resultado del primer lanzamiento es x y el resultado del segundo lanzamiento es y, el espacio muestral está dado por $E = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.

Ejemplo 3 (Continuación)

Si (x, y) indica que el resultado del primer lanzamiento es x y el resultado del segundo lanzamiento es y, el espacio muestral está dado por
$E = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Se observa que $A = \{(C, C), (C, S)\}$ y que $B = \{(C, C), (S, C)\}$.
Luego $A \cap B = \{(C, C)\}$.

Ejemplo 3 (Continuación)

Si (x, y) indica que el resultado del primer lanzamiento es x y el resultado del segundo lanzamiento es y, el espacio muestral está dado por
$E = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Se observa que $A = \{(C, C), (C, S)\}$ y que $B = \{(C, C), (S, C)\}$.
Luego $A \cap B = \{(C, C)\}$.
Entonces $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

Ejemplo 3 (Continuación)

Si (x, y) indica que el resultado del primer lanzamiento es x y el resultado del segundo lanzamiento es y, el espacio muestral está dado por
$E = \{(C, C), (C, S), (S, C), (S, S)\}$.
Se observa que $A = \{(C, C), (C, S)\}$ y que $B = \{(C, C), (S, C)\}$.
Luego $A \cap B = \{(C, C)\}$.
Entonces $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.
Por lo tanto, se concluye que A y B son independientes ya que
$P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Ejercicio 2

Se sabe que de cada 10 personas que fuman, 3 contraen cáncer de pulmón en algún momento de su vida, mientras que una de cada 30 personas que no fuman llegan a contraer cáncer de pulmón.

Ejercicio 2

Se sabe que de cada 10 personas que fuman, 3 contraen cáncer de pulmón en algún momento de su vida, mientras que una de cada 30 personas que no fuman llegan a contraer cáncer de pulmón.
Si en total una de cada 8 personas fuma, ¿Contraer cáncer de pulmón depende de si se fuma o no?