MATEMÁTICAS BÁSICAS

Autora: Jeanneth Galeano Peñaloza
Edición: Rafael Ballestas Rojano

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Matemáticas
Sede Bogotá

Enero de 2015

Parte I

Lógica

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular!

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular!   Es una orden.
- $2 + 3 = 5$.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular!   Es una orden.
- $2 + 3 = 5$.   Es verdadero.

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular!   Es una orden.
- $2 + 3 = 5$.   Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$.

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre?

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2+3=5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve.

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve. Es falso.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve. Es falso.
- Esta oración es falsa.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve. Es falso.
- Esta oración es falsa. Es una paradoja.

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve. Es falso.
- Esta oración es falsa. Es una paradoja.
- Falcao es mejor jugador que Messi.

Proposiciones

Considere las siguientes frases

- ¡Guarde el celular! Es una orden.
- $2 + 3 = 5$. Es verdadero.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Es falso.
- ¿Tienes hambre? Es una pregunta.
- En Bogotá todos los días llueve. Es falso.
- Esta oración es falsa. Es una paradoja.
- Falcao es mejor jugador que Messi. Es una opinión.

Definición

Una proposición es un enunciado u oración declarativa de la cual se puede afirmar que es falsa (F) o verdadera (V) pero no ambas cosas a la vez.

Proposiciones

Proposiciones Compuestas

Son aquellas que están formadas por proposiciones simples, su valor de verdad depende de los valores de verdad de cada una de las proposiciones simples y del tipo de conectivo.

Proposiciones

Ejemplos

- Julián estudia química **y** música.
- **Si** compro el libro, **entonces no** voy a cine.

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si . . . entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas.

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si ... entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si . . . entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si . . . entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$
- Disyunción $\vee$

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si ... entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$
- Disyunción $\vee$
- Disyunción exclusiva $\veebar$

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si . . . entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$
- Disyunción $\vee$
- Disyunción exclusiva $\veebar$
- Condicional $\rightarrow$

Conectivos lógicos

Los siguientes son los conectivos lógicos más usados.

Los conectivos lógicos son las palabras como **y**, **o**, **no**, **si . . . entonces**, que permiten combinar proposiciones simples para producir otras, llamadas proposiciones compuestas. Sus símbolos son:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$
- Disyunción $\vee$
- Disyunción exclusiva $\veebar$
- Condicional $\rightarrow$
- Bi-condicional $\leftrightarrow$

Ejemplo

Julián estudia química **y** música. Es un enunciado de la forma

$$p \wedge q$$

donde
p : Julián estudia química,
q : Julián estudia música.

Proposiciones

Ejercicio

Simbolizar las siguientes proposiciones en términos de p, q, r.

1. Este semestre inscribí Inglés I y Matemáticas Básicas.
2. O inicio clases esta semana, ó presto el servicio militar.
3. Si no hay paro, entonces hacemos clase.
4. Si no paso Matemáticas Básicas, entonces quedo en retiro académico.
5. Puedo ver Inglés II si paso Inglés I.
6. Mañana a las 9 am, o voy a jugar fútbol, ó a estudiar a la biblioteca.

Ejercicio

Simbolizar las siguientes proposiciones matemáticas.

1. Dos es mayor que cinco.
2. Cuatro no es un número impar.
3. Cinco es igual a tres o cinco es mayor que seis.
4. No es cierto que: si un número es par entonces es primo.
5. Si ocho es menor que cinco o mayor que siete, entonces no es igual a seis.

Proposiciones

Ejercicio

Negar las siguientes proposiciones.

1. El viento sopla muy fuerte.
2. El amigo de Juan tiene razón.
3. No ocurre que $3 \neq 7$.
4. Las elecciones presidenciales siempre terminan en armonía.

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

$$\sim p$$

$$\sim q$$

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

$$\sim p \qquad p \wedge q$$

$$\sim q \qquad q \wedge p$$

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

$$\begin{array}{lll} \sim p & p \wedge q & p \vee q \\ \sim q & q \wedge p & q \vee p \end{array}$$

Proposiciones

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

$$\begin{array}{cccc} \sim p & p \wedge q & p \vee q & p \rightarrow q \\ \sim q & q \wedge p & q \vee p & q \rightarrow p \end{array}$$

Proposiciones

Si p y q son proposiciones, entonces

$$\begin{array}{ccccc} \sim p & p \wedge q & p \vee q & p \rightarrow q & p \leftrightarrow q \\ \sim q & q \wedge p & q \vee p & q \rightarrow p & q \leftrightarrow p \end{array}$$

también lo son.

Negación

Negación

Dada una proposición p, llamaremos $\sim p$ a la negación de p.

Negación

Negación

Dada una proposición p, llamaremos $\sim p$ a la negación de p.

Si p es verdadera (V), entonces $\sim p$ es falsa (F),
si p es falsa (F), entonces $\sim p$ es verdadera.

Negación

Negación

Dada una proposición p, llamaremos $\sim p$ a la negación de p.

Si p es verdadera (V), entonces $\sim p$ es falsa (F),
si p es falsa (F), entonces $\sim p$ es verdadera.

$\sim p$ se lee como

- *"no p"*

Negación

Negación

Dada una proposición p, llamaremos $\sim p$ a la negación de p.

Si p es verdadera (V), entonces $\sim p$ es falsa (F),
si p es falsa (F), entonces $\sim p$ es verdadera.

$\sim p$ se lee como

- *"no p"*
- *"es falso que ..."*

Negación

Dada una proposición p, llamaremos $\sim p$ a la negación de p.

Si p es verdadera (V), entonces $\sim p$ es falsa (F),
si p es falsa (F), entonces $\sim p$ es verdadera.

$\sim p$ se lee como

- *"no p"*
- *"es falso que ..."*
- *"no es cierto que ..."*

Negación

Negación	
p	$\sim p$
V	
F	

Negación

Negación	
p	$\sim p$
V	F
F	

Negación

Negación	
p	$\sim p$
V	F
F	V

Conjunción

Conjunción

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \wedge q$ se le denomina la conjunción de p y q,

Conjunción

Conjunción

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \wedge q$ se le denomina la conjunción de p y q, y será verdadera cuando los dos enunciados p, q sean simultáneamente verdaderos, y falsa en cualquier otro caso.

- $p \wedge q$ se lee *"p y q"*.

Conjunción

Conjunción		
p	q	$p \wedge q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Conjunción

Conjunción		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Conjunción		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Conjunción

Conjunción		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	

Conjunción

Conjunción		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

Disyunción

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \vee q$ se le denomina la disyunción de p con q,

Disyunción

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \vee q$ se le denomina la disyunción de p con q, la cual será verdadera cuando al menos una de las dos sea verdadero, es decir que la disyunción es falsa únicamente cuando las dos proposiciones sean falsas.

- $p \vee q$ se lee *"p o q"*

Disyunción

Disyunción		
p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Disyunción

Disyunción		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Disyunción

Disyunción		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	
F	F	

Disyunción

Disyunción		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	

Disyunción

Disyunción		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional o implicación

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \to q$ se le denomina condicional,

Condicional o implicación

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \to q$ se le denomina condicional, la cual es verdadera en todos los casos salvo en el caso en que p sea verdadero y q sea falso.

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \rightarrow q$ se le denomina condicional, la cual es verdadera en todos los casos salvo en el caso en que p sea verdadero y q sea falso.

$p \rightarrow q$ se lee

- *"Si p entonces q"*

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \to q$ se le denomina condicional, la cual es verdadera en todos los casos salvo en el caso en que p sea verdadero y q sea falso.

$p \to q$ se lee

- *"Si p entonces q"*
- *"p sólo si q"*

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \to q$ se le denomina condicional, la cual es verdadera en todos los casos salvo en el caso en que p sea verdadero y q sea falso.

$p \to q$ se lee

- *"Si p entonces q"*
- *"p sólo si q"*
- *"p es condición suficiente para q"*

Condicional o implicación

Condicional o implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \to q$ se le denomina condicional, la cual es verdadera en todos los casos salvo en el caso en que p sea verdadero y q sea falso.

$p \to q$ se lee

- *"Si p entonces q"*
- *"p sólo si q"*
- *"p es condición suficiente para q"*
- *"q es condición necesaria para p"*

Condicional o implicación

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Condicional o implicación

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Condicional o implicación

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Condicional o implicación

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	

Condicional o implicación

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \leftrightarrow q$ se le denomina bi-condicional,

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \leftrightarrow q$ se le denomina bi-condicional, la cual es verdadera cuando p y q tomen el mismo valor de verdad.

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \leftrightarrow q$ se le denomina bi-condicional, la cual es verdadera cuando p y q tomen el mismo valor de verdad.

$p \leftrightarrow q$ se lee

- *"p si y sólo si q"*

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Dadas las proposiciones p, q, a la proposición $p \leftrightarrow q$ se le denomina bi-condicional, la cual es verdadera cuando p y q tomen el mismo valor de verdad.

$p \leftrightarrow q$ se lee

- *"p si y sólo si q"*
- *"p es condición necesaria y suficiente para q"*

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	
F	V	
F	F	

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	
F	F	

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	

Bi-condicional, equivalencia o doble implicación

Bi-condicional		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- ¿Cuántas posibilidades se dan para determinar el valor de verdad de una proposición?

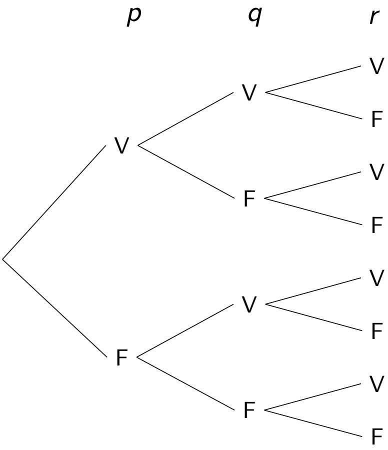
Tablas de verdad

- ¿Cuántas posibilidades se dan para determinar el valor de verdad de una proposición?
- Depende del número de proposiciones, sabiendo que cada una de ellas tiene dos valores posibles.

- ¿Cuántas posibilidades se dan para determinar el valor de verdad de una proposición?
- Depende del número de proposiciones, sabiendo que cada una de ellas tiene dos valores posibles.
- Si el número de proposiciones es n entonces el número de posibilidades es ...

Diagrama de Árbol

Caso con tres proposiciones p, q y r.



Eliminación de algunos paréntesis

Reglas

Regla 1 El símbolo de implicación $\rightarrow$ es más potente que otros términos de enlace.

Eliminación de algunos paréntesis

Reglas

Regla 1 El símbolo de implicación $\rightarrow$ es más potente que otros términos de enlace.

Regla 2 El símbolo de negación $\sim$ es más débil que cualquiera de los otros tres términos de enlace.

Ejercicio

Junto a cada una de las siguientes proposiciones se indica el tipo de proposición al que pertenece. Añadir **sólo** los paréntesis necesarios.

condicional	$p \to q \vee r$
disyunción	$p \vee q \wedge r$
conjunción	$r \to s \wedge t$
negación	$\sim p \to q$
condicional	$p \vee q \to \sim r$
conjunción	$\sim p \vee \sim q \wedge \sim r$

Tautologías y Contradicciones

Definición

- Una tautología es una proposición cuyo valor de verdad es verdadero independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen.

Definición

- Una tautología es una proposición cuyo valor de verdad es verdadero independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen.
- Si la proposición es una equivalencia, se dice que las dos proposiciones que ella conecta son lógicamente equivalentes.

Tautologías y Contradicciones

Definición

- Una tautología es una proposición cuyo valor de verdad es verdadero independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen.
- Si la proposición es una equivalencia, se dice que las dos proposiciones que ella conecta son lógicamente equivalentes.
- Si es una implicación, la primera proposición implica lógicamente a la segunda.

Definición

- Una tautología es una proposición cuyo valor de verdad es verdadero independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen.
- Si la proposición es una equivalencia, se dice que las dos proposiciones que ella conecta son lógicamente equivalentes.
- Si es una implicación, la primera proposición implica lógicamente a la segunda.
- Una contradicción es una proposición cuyo valor de verdad siempre es falso.

Equivalencia Lógica

Definición

Diremos que dos fórmulas son equivalentes si tienen exactamente la misma tabla de verdad; para indicar esto, usaremos el símbolo $\Longleftrightarrow$.

Equivalencia Lógica

Ejemplos

- $p \vee p \iff p$
- $p \wedge p \iff p$

Ejemplo. Ley conmutativa

- $p \vee q \iff q \vee p$
- $p \wedge q \iff q \wedge p$

Equivalencia Lógica

Ejemplos

- $p \vee \sim p$ es una tautología.

Equivalencia Lógica

Ejemplos

- $p \vee \sim p$ es una tautología.
- $p \wedge \sim p$ es una contradicción.

Equivalencia Lógica

Ejemplos

- $p \vee \sim p$ es una tautología.
- $p \wedge \sim p$ es una contradicción.
- $\sim\sim p \Longleftrightarrow p$

Equivalencia Lógica

Ejemplo. Ley asociativa

- $p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$
- $p \wedge (q \wedge r) \iff (p \wedge q) \wedge r$

Equivalencia Lógica

Ejemplo. Ley distributiva

- $p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Equivalencia Lógica

Ejemplo. Leyes de De Morgan

- $\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$
- $\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$

Equivalencia Lógica

Ejemplo. Negación del condicional y del bi-condicional

- $\sim (p \rightarrow q) \iff p \wedge \sim q$
- $\sim (p \leftrightarrow q) \iff \sim p \leftrightarrow q \iff p \leftrightarrow \sim q$

Equivalencia Lógica

Ejemplos

- $p \to q \iff \sim q \to \sim p$
- $p \leftrightarrow q \iff (p \to q) \wedge (q \to p)$

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	
V	F		
F	V		
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F		
F	V		
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	
F	V		
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V		
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F		

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	

¡IMPORTANTE!

La proposición original y su contrarrecíproca son equivalentes

Original $\Longleftrightarrow$ Contrarrecíproca			
		Original	Contrarrecíproca
p	q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$q \rightarrow p$
V	V	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	
F	V	V		
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V		
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V		

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \to q$	$\sim p \to \sim q$	$q \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	

¡IMPORTANTE!

La proposición contraria y la recíproca son equivalentes

Contraria $\Longleftrightarrow$ Recíproca				
		Original	Contraria	Recíproca
p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Ejercicio

Escriba la contraria, la recíproca y la contrarrecíproca de las siguientes proposiciones:

- Si voy al cine, entonces no leo el libro.
- Si me conecto a facebook entonces no me concentro.

Predicados

Definición

Un predicado es una frase en la cual intervienen variables, se transforma en proposición al ser reemplazadas las variables por constantes.

Predicados

Ejemplo

Consideremos la proposición

$$p: \quad x > 4$$

- ¿Cuál es el valor de verdad de p?

Predicados

Ejemplo

Consideremos la proposición

$$p : \quad x > 4$$

- ¿Cuál es el valor de verdad de p?
- ¿Cuál es el contexto en el que la proposición tiene sentido?

Predicados

Ejemplo

Consideremos la proposición

$$p : \quad x > 4$$

- ¿Cuál es el valor de verdad de p?
- ¿Cuál es el contexto en el que la proposición tiene sentido?
- ¿Cuál es el conjunto más grande en el cual la proposición se hace verdadera?

Ejercicio

Dado que $x = 4$, $y = 2$ y $z = -5$, encuentre el valor de verdad de:

1. $(x + y = 6$ y $z < 0)$ ó $z = 0$.
2. $x = 0$ y $(y + z > x$ ó $z = 0)$.
3. $y + z = z + y$ y $0 + x = x$.
4. $y + x > y + x + z$ ó $z = 0$.

Cuantificadores universales y existenciales

Las palabras todo, cada uno, todos y ninguno se denominan cuantificadores universales.

Cuantificadores universales y existenciales

Las palabras todo, cada uno, todos y ninguno se denominan cuantificadores universales.

Las palabras y frases como hay y al menos uno se conocen como cuantificadores existenciales.

Notación

- El cuantificador universal se simboliza por $\forall$,

$$(\forall x)(p(x))$$

se lee "*para todo x se satisface $p(x)$*".

Notación

- El cuantificador universal se simboliza por $\forall$,

$$(\forall x)(p(x))$$

se lee "*para todo x se satisface $p(x)$*".

- El cuantificador existencial se simboliza por $\exists$,

$$(\exists x)(p(x))$$

se lee "*existe un x que satisface $p(x)$*"

Ejemplos

- Todos los hombres de esta clase son caballeros.

Ejemplos

- Todos los hombres de esta clase son caballeros.
- Todos los estudiantes de esta clase están inscritos en Inglés I.

Ejemplos

- Todos los hombres de esta clase son caballeros.
- Todos los estudiantes de esta clase están inscritos en Inglés I.
- Algunos estudiantes de esta clase están repitiendo la materia.

Cuantificadores

Ejemplos

- Todos los hombres de esta clase son caballeros.
- Todos los estudiantes de esta clase están inscritos en Inglés I.
- Algunos estudiantes de esta clase están repitiendo la materia.
- Ningún estudiante de esta clase usa tenis rojos.

Ejemplos

- Todos los hombres de esta clase son caballeros.
- Todos los estudiantes de esta clase están inscritos en Inglés I.
- Algunos estudiantes de esta clase están repitiendo la materia.
- Ningún estudiante de esta clase usa tenis rojos.

¿Cuál es la negación de cada una de las proposiciones anteriores?

Predicados

Ejercicio

Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones.

1. Todo entero no negativo es un entero.
2. Todo número natural es un entero.
3. Existe un número racional que no es un entero.
4. Existe un número entero que no es natural.
5. Todos los números racionales son reales.
6. Algunos números racionales no son enteros.

Negación de cuantificadores

- La negación de "*para todo x se tiene el predicado $p(x)$*" es: *"existe un x para el cual NO se cumple $p(x)$"*.

Negación de cuantificadores

- La negación de "*para todo* x *se tiene el predicado* $p(x)$" es: "*existe un* x *para el cual NO se cumple* $p(x)$". En símbolos

$$\sim ((\forall x)(p(x))) \Longleftrightarrow (\exists x)(\sim (p(x)))$$

Negación de cuantificadores

- La negación de "*para todo* x *se tiene el predicado* $p(x)$" es: "*existe un* x *para el cual NO se cumple* $p(x)$". En símbolos

$$\sim((\forall x)(p(x))) \Longleftrightarrow (\exists x)(\sim(p(x)))$$

- La negación de "*existe un* x *para el cual se tiene* $p(x)$" es: "*para todo* x *NO se cumple* $p(x)$".

Negación de cuantificadores

- La negación de "*para todo x se tiene el predicado* $p(x)$" es: "*existe un x para el cual NO se cumple* $p(x)$". En símbolos

$$\sim((\forall x)(p(x))) \Longleftrightarrow (\exists x)(\sim(p(x)))$$

- La negación de "*existe un x para el cual se tiene* $p(x)$" es: "*para todo x NO se cumple* $p(x)$". En símbolos

$$\sim((\exists x)(p(x))) \Longleftrightarrow (\forall x)(\sim(p(x)))$$

Negación de cuantificadores

Ejercicio

Escriba la negación de las siguientes proposiciones.

1. Algunos estudiantes aprobarán este curso.
2. Todos los estudiantes de la Universidad aman las matemáticas.
3. Ningún profesor es perfecto.
4. Hay estudiantes más inteligentes que Einstein.

El problema de la dama o el tigre

Un prisionero debe hacer una elección entre dos puertas: detrás de una de ellas está una hermosa dama y detrás de la otra se encuentra un tigre hambriento.

El problema de la dama o el tigre

Un prisionero debe hacer una elección entre dos puertas: detrás de una de ellas está una hermosa dama y detrás de la otra se encuentra un tigre hambriento. ¿Qué sucedería si cada una de las puertas tuviera un letrero y el hombre supiera que sólo uno de los letreros es verdadero?

El problema de la dama o el tigre

Un prisionero debe hacer una elección entre dos puertas: detrás de una de ellas está una hermosa dama y detrás de la otra se encuentra un tigre hambriento. ¿Qué sucedería si cada una de las puertas tuviera un letrero y el hombre supiera que sólo uno de los letreros es verdadero?

El letrero de la primera puerta dice:

EN ESTE CUARTO HAY UNA DAMA Y EN EL OTRO CUARTO HAY UN TIGRE

El problema de la dama o el tigre

Un prisionero debe hacer una elección entre dos puertas: detrás de una de ellas está una hermosa dama y detrás de la otra se encuentra un tigre hambriento. ¿Qué sucedería si cada una de las puertas tuviera un letrero y el hombre supiera que sólo uno de los letreros es verdadero?
El letrero de la primera puerta dice:
EN ESTE CUARTO HAY UNA DAMA Y EN EL OTRO CUARTO HAY UN TIGRE
y el letrero de la segunda puerta dice:
EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UNA DAMA Y EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UN TIGRE.

El problema de la dama o el tigre

Un prisionero debe hacer una elección entre dos puertas: detrás de una de ellas está una hermosa dama y detrás de la otra se encuentra un tigre hambriento.
¿Qué sucedería si cada una de las puertas tuviera un letrero y el hombre supiera que sólo uno de los letreros es verdadero?
El letrero de la primera puerta dice:
EN ESTE CUARTO HAY UNA DAMA Y EN EL OTRO CUARTO HAY UN TIGRE
y el letrero de la segunda puerta dice:
EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UNA DAMA Y EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UN TIGRE.
Con esta información, ¿puede el hombre elegir la puerta correcta?

Escrito por Frank R. Stockton en 1882.